

5. Übung

Besprechung: Woche vom 13.11.2023 bis 17.11.2023

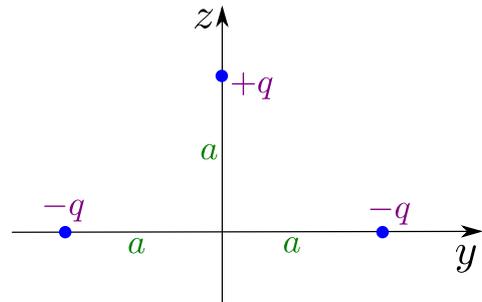
Aufgabe 12 Multipolentwicklung [Punkte: $1+(2+1) = 4$]

Wir betrachten die Punktladungsanordnung in der Skizze. Drei Punktladungen sind alle im Abstand a um den Koordinatenursprung in der y - z -Ebene angeordnet.

- (a) Bestimmen Sie das Potential für weit entfernte Punkte bis zum Term $\sim r^{-2}$.

Hinweis: Benutzen Sie die Ladung und das Dipolmoment der Anordnung.

- (b) Berechnen Sie den Quadrupoltensor. Bestimmen Sie daraus das Potential bis zum Term $\sim r^{-3}$.



Aufgabe 13 Quadrupoltensor [Punkte: $3+(2+2)+2+1 = 10$]

- (a) Unter welchen Bedingungen ist der Quadrupoltensor $\overset{\leftrightarrow}{D}$ einer Ladungsverteilung von der Wahl des Koordinatenursprungs *unabhängig*?

In Teilaufgaben (b,c,d) betrachten wir eine Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$, die axiale Symmetrie um die z -Achse besitzt.

- (b) Zeigen Sie, dass der Quadrupoltensor diagonal ist.
Zeigen Sie: $D_{xx} = D_{yy} = -\frac{1}{2}D_{zz}$.
- (c) Berechnen Sie das Potential des Quadrupols als Funktion von $D_{zz} = D_0$.
Drücken Sie das Potential in kartesischen Koordinaten und in Kugelkoordinaten aus.
- (d) Berechnen Sie die elektrische Feldstärke in Kugelkoordinaten.

Aufgabe 14 Kapazitätskoeffizienten und Kapazität

[Punkte: 3+2+1 = 6]

Auf der Oberfläche des Leiters L_i mit der Ladung Q_i ist das Potential ϕ_i konstant. Es gilt folgender lineare Zusammenhang zwischen den Q_i und den ϕ_i :

$$Q_i = \sum_j C_{ij} \phi_j$$

Die Größen C_{ij} heißen Kapazitätskoeffizienten und hängen von der Geometrie der Leiter ab. Für ein System von zwei Leitern mit $Q_1 + Q_2 = 0$ (ein Kondensator) ist die Kapazität $C = C_{11}$ definiert durch:

$$C = \frac{Q_1}{\phi_1 - \phi_2} = \frac{Q_1}{U}$$

wobei $U = \phi_1 - \phi_2$ die Spannung ist.

- (a) Bestimmen Sie die Kapazitätskoeffizienten C_{ij} für zwei konzentrische Kugelflächen mit den Radien R_1 und R_2 (mit $R_1 < R_2$), die die Ladungen Q_1 bzw. Q_2 tragen.
- (b) Nehmen Sie jetzt $Q = Q_1 = -Q_2$ an, und berechnen Sie die Kapazität des Kugelkondensators.
- (c) Berechnen Sie die Kapazität eines Plattenkondensators.
(Jede Platte hat die Fläche A ; der Abstand zwischen den Platten beträgt d).