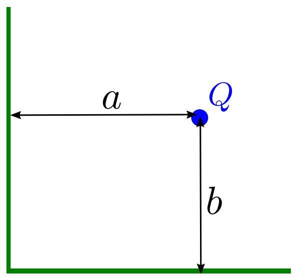
Elektrodynamik	Institut für Theoretische Physik
Wintersemester 2023/24	Prof. Dr. M. Vojta & Dr. M. Haque

6. Übung

Besprechung: Woche vom 20.11.2023 bis 24.11.2023

Aufgabe 15 Spiegelladungen [Punkte: 2+3 = 5]

Zwei aufeinander senkrecht stehende geerdete Metallplatten liegen in den Ebenen $y = 0$ (horizontal) und $x = 0$ (vertikal) und haben in der z-Richtung unendliche Ausdehnungen. Eine Punktladung Q befindet sich bei $(a, b, 0)$.



(a) Bestimmen Sie mit Hilfe geeignet angebrachter Spiegelladungen das Potential.

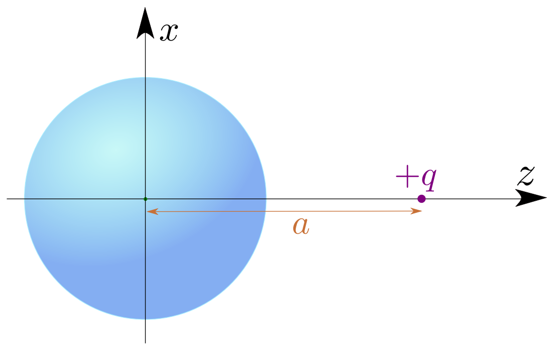
(b) Finden Sie die auf der horizontalen Metalloberfläche ($y = 0$) induzierte Flächenladungsdichte.

Hinweis: Wenn die Oberfläche eines Metalls eine Flächenladungsdichte σ aufweist, ist das elektrische Feld in der Nähe der Oberfläche außerhalb des Metalls senkrecht zur Oberfläche und hat den Betrag σ/ϵ_0.

Aufgabe 16 Spiegelladung, leitende Kugel [Punkte: 2+1+2 = 5]

Eine Punktladung q hat den Abstand $a > R$ vom Mittelpunkt einer geerdeten leitenden Kugel mit Radius R.

Um das Potential außerhalb der Kugel zu bestimmen, benutzen wir eine Bildladung q' im Abstand $a' < R$ vom Mittelpunkt.



(a) Bestimmen Sie a' und q'.

Hinweis: Sie könnten zunächst das Potential bei $(0, 0, \pm R)$ betrachten.

(b) Welche Kraft erfährt die Punktladung?

(c) Bestimmen Sie die Energie dieser Konfiguration.

> *Hinweis:* Wie viel Arbeit ist nötig, um die Ladung aus einer unendlichen Entfernung auf die Entfernung a zu bringen?

Aufgabe 17 <u>Magnetfeld für Zylindersymmetrie; Superpositionsprinzip</u> [Punkte: 4+2 = 6]

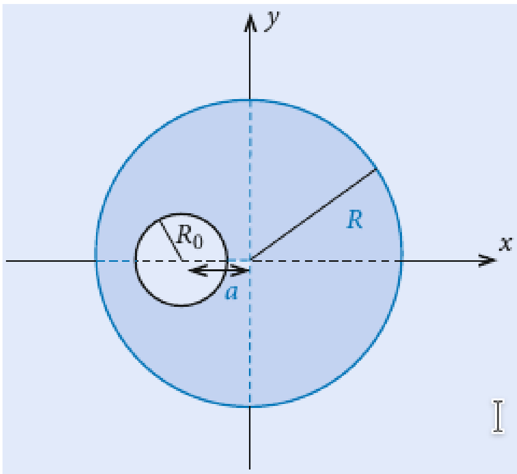
(a) Ein unendlich langer zylindrischer Leiter (Radius R) wird homogen vom Strom I durchflossen. Benutzen Sie die Leiterachse als die z-Achse, und die Stromrichtung als die positive z-Richtung.
Verwenden Sie das Amperesche Gesetz (Maxwellgleichung $\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$ in integraler Form), um das Magnetfeld $\vec{B}$ im ganzen Raum zu berechnen. Drücken Sie Ihre Antwort

<u>(i)</u> in Zylinderkoordinaten (s, ϕ, z), und <u>(ii)</u> in kartesischen Koordinaten (x, y, z)

aus.

(b) In dem Leiter befindet sich nun ein zylindrischer Hohlraum (Radius R_0), dessen Achse durch den Punkt $(-a, 0, 0)$ parallel zur Leiterachse verläuft. ($R_0 < a$, $a + R_0 < R$.) Die homogene Stromdichte hat denselben Wert wie in Teilaufgabe (a).

Berechnen Sie $\vec{B}$ im Inneren des Hohlraums in kartesischen Koordinaten mithilfe des Superpositionsprinzips.



Aufgabe 18 <u>Eichfreiheit des Vektorpotentials</u> [Punkte: 1+0+2+1 = 4]

(a) Zeigen Sie, dass die beiden Vektorpotentiale (mit $\vec{b} = b\vec{e}_z$)

$$\vec{A}_1 = \left(\tfrac{1}{2}by - 3ax^2,\ \tfrac{3}{2}bx,\ 0\right) \quad \text{und} \quad \vec{A}_2 = \frac{1}{2}(\vec{b} \times \vec{r}) = \frac{b}{2}(-y,\ x,\ 0)$$

zum gleichen Magnetfeld gehören. Hier sind a und b positive Konstanten. Bestimmen Sie das Magnetfeld.

(b) Wie groß ist die Divergenz des jeweiligen Vektorpotentials?

(c) Bestimmen Sie die Umeichung zwischen den beiden Vektorpotentialen.

(d) Geben Sie weitere divergenzfreie Vektorpotentiale an, die zum gleichen $\vec{B}$ gehören.