Elektrodynamik	Institut für Theoretische Physik
Wintersemester 2023/24	Prof. Dr. M. Vojta & Dr. M. Haque

10. Übung

Besprechung: geteilte "Woche" vom 18.12.2023 bis 05.01.2024

Aufgabe 30 Quasistatische Näherung [Punkte: 1+3+1 =5]

(a) In Aufgabe 29 (Blatt 9) haben wir einen Kondensator mit Radius R und Plattenabstand d betrachtet, der eine zeitabhängige Ladung $\pm Q_0 \cos(\omega t)$ trägt. Wir haben das elektrische Feld und das Magnetfeld mithilfe der quasistatischen Näherung berechnet.

Entsprechen Ihre Ergebnisse dem Faradayschen Gesetz (rot $\vec{E} = -\dot{\vec{B}}$)?

Was ist die Bedingung für die Gültigkeit der quasistatischen Näherung für die Felder zwischen den Kondensatorplatten?

In Teilaufgaben (b,c) betrachten wir einen unendlich langen geraden Draht entlang der z-Achse, der einen sich langsam verändernden Strom $I(t)$ trägt.

(b) Bestimmen Sie das induzierte elektrische Feld als Funktion der Entfernung s vom Draht. Benutzen Sie die quasistatische Näherung.

Hinweis: Betrachten Sie eine imaginäre rechteckige Schleife und wenden Sie das Faradaysche Gesetz in integraler Form an.

(c) In welchem Bereich ist Ihr Ergebnis in Teilaufgabe (b) physikalisch unsinnig?

Wenn die typische Zeitskala für eine wesentliche Änderung des Stroms τ ist, welches ist dann das Regime von s, bei dem die quasistatische Näherung sinnvoll ist?

Aufgabe 31 Retardierte Potentiale für zeitabhängigen Strom [Punkte: 4+(1+1)+2 =8]

Ein unendlich langer gerader Draht entlang der z-Achse trägt den Strom

$$I(t) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad t < 0, \\ kt & \text{für} \quad t > 0, \end{cases}$$

wobei k eine Konstante ist. Der Draht ist und bleibt elektrisch neutral.

Der Punkt P liegt in der x-y-Ebene im Abstand s zum Draht.

(a) Bestimmen Sie die (retardierten) Potentiale am Punkt P.

Hinweis: $\int \frac{du}{\sqrt{1+u^2}} = \ln\left(u + \sqrt{1+u^2}\right) = \operatorname{arsinh}(u).$

(b) Leiten Sie daraus das elektrische Feld und das Magnetfeld am Punkt P ab.

(c) Bestimmen Sie die Felder im Langzeitlimes.
Stimmen die Felder in diesem Grenzwert mit den Feldern überein, die mit der quasistatischen Näherung gefunden wurden (Aufgabe 30(b,c))?

Aufgabe 32 Potentiale und Eichtransformationen [Punkte: 3+2+1+1 =7]

(a) Wir betrachten die folgenden Eichungen für das Viererpotential $(\phi, \vec{A})$:

$$\boxed{\star}\ \phi = 0\ , \qquad \boxed{\star}\ \text{Lorenz-Eichung}\ , \qquad \boxed{\star}\ \text{Coulomb-Eichung}\ .$$

Welche Bestimmungsgleichungen erfüllen $\phi(\vec{r}, t)$ und $\vec{A}(\vec{r}, t)$ in den jeweiligen Eichungen?

(b) Bestimmen Sie die Eichtransformationsfunktion $\chi(\vec{r}, t)$, die ein beliebiges Viererpotential $(\phi, \vec{A})$ in Coulomb-Eichung umwandelt.
Sie können davon ausgehen, dass $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$ und χ bei großen Abständen (bei $r \to \infty$) verschwinden.

(c) Welche Gleichung muss eine Eichtransformationsfunktion $\chi(\vec{r}, t)$ erfüllen, damit die Lorenz-Eichbedingung erhalten bleibt? (d.h.: Wenn die ursprünglichen Potentiale die Lorenz-Eichbedingung erfüllen, gilt dies auch für die eichtransformierten Potentiale.)

(d) Betrachten Sie die Potentiale, die die Felder aufgrund einer Punktladung beschreiben:

$$\phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r}, \qquad \vec{A} = 0.$$

Führen Sie eine Eichtransformation durch, so dass das Skalarpotential verschwindet ($\phi = 0$ Eichung, auch Weyl-Eichung genannt).