Elektrodynamik	Institut für Theoretische Physik
Wintersemester 2023/24	Prof. Dr. M. Vojta & Dr. M. Haque

13. Übung

Besprechung: Woche vom 22.01.2024 bis 26.01.2024

Aufgabe 40 Draht im Hohlzylinder [Punkte: 2+1+2+2+3+1 =11]

Ein unendlich langer, gerader Draht mit kreisförmigem Querschnitt (Radius a), Leitfahigkeit σ, Dielektrizitätskonstante ϵ und Permeabilität μ wird von einem homogenen Strom I durchflossen. Die Rückleitung des Stroms erfolgt durch einen koaxialen Hohlzylinder mit innerem Radius $b > a$ und äußerem Radius $d > b$ (sowie ebenfalls Leitfahigkeit σ, Dielektrizitätskonstante ϵ und Permeabilität μ).

(a) Berechnen Sie die Felder $\vec{B}$ und $\vec{H}$ im Draht.

(b) Berechnen Sie die Felder $\vec{B}$ und $\vec{H}$ im Zwischenraum (in der Luftschicht).

(c) Berechnen Sie die Felder $\vec{B}$ und $\vec{H}$ im äußeren Zylinder.

(d) Geben Sie das elektrische Feld im Draht und im Zylinder an.

In Teilaufgaben **(e)** und **(f)** betrachten wir den Grenzfall $d \to \infty$.

(e) Wir berechnen nun das elektrische Potential Φ und das elektrische Feld im Zwischenbereich. Wir verwenden Polarkoordinaten (s, ϕ, z) und den Ansatz $\Phi(\vec{r}) = zf(s)$. Die Funktion $f(s)$ hat die Form $f(s) = A \ln s + B$, wobei A und B Konstanten sind. (Die Herleitung ist nicht gefragt, aber es ist lehrreich, diese Form aus der Laplace-Gleichung in Zylinderkoordinaten herzuleiten.)

Berechnen Sie die Konstanten A und B aus den Randbedingungen. Bestimmen Sie daher das elektrische Potenzial und das elektrische Feld im Zwischenbereich.

(f) Welche Oberflächenladung befindet sich auf dem Draht?

Aufgabe 41 Supraleiter [Punkte: 1+2 =3]

(a) Ein Supraleiter ist ein idealer Leiter (die Leitungselektronen können sich frei bewegen), in dem zusätzlich die Londonsche Gleichung

$$\nabla \times \vec{j} + \frac{n_s e^2}{m}\vec{B} = 0$$

gilt. Zeigen Sie, dass im statischen Fall ($\dot{\rho} = 0$, $\dot{\vec{E}} = 0$, $\dot{\vec{B}} = 0$) im Supraleiter die Gleichung

$$\Delta\vec{B} = \frac{1}{\Lambda^2}\vec{B}$$

gilt. Bestimmen Sie Λ.

(b) Ein Supraleiter verdrängt Magnetfelder aus seinem Inneren (Meissner-Effekt). Wir wollen diesen Effekt aus dem Ergebnis von Teil (a) herleiten.

Ein Supraleiter füllt den Halbraum $z \leq 0$ aus. Im Vakuumbereich $z > 0$ ist ein konstantes Magnetfeld $\vec{B} = B_0\vec{e}_x$ vorhanden. Berechnen Sie das Magnetfeld im Supraleiter.

Aufgabe 42 Lienard-Wiechart-Potentiale; Strahlung [Punkte: 3+3 =6]

(a) Ein Teilchen der Ladung q bewegt sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω auf einem Kreis mit Radius a. Nehmen Sie an, dass sich der Kreis in der x-y-Ebene befindet und sein Mittelpunkt im Ursprung liegt. Außerdem soll sich die Ladung zur Zeit $t = 0$ im Punkt $(a,0)$ auf der positiven x-Achse befinden.

Bestimmen Sie die Lienard-Wiechert-Potentiale für Punkte auf der z-Achse.

(b) Ein Kreisring mit dem Radius a liegt in der x-y-Ebene mit Mittelpunkt im Ursprung. Der Ring hat eine lineare Ladungsdichte $\lambda = \lambda_0 \cos\phi$, wobei λ_0 eine Konstante und ϕ der Azimutwinkel ist. Der Ring dreht sich mit der Winkelgeschwindigkeit ω um die z-Achse. Berechnen Sie die gesamte abgestrahlte Leistung.

Hinweis: In der Vorlesung wurde für Dipolstrahlung hergeleitet:

Energiestromdichte: $$S_p = \frac{\mu_0}{(4\pi)^2 c}\frac{\ddot{\vec{p}}^{\,2}_{\mathrm{ret}}\sin^2\theta}{r^2};$$

Leistung: $$N = \oint \vec{S}_p \cdot \vec{df} = \frac{\mu_0}{6\pi c}\ddot{\vec{p}}^{\,2}_{\mathrm{ret}}$$