Institut für
Theoretische Physik
Prof. Dr. W. Strunz
PD Dr. G. Plunien

# Quantentheorie II SS 2009

*http://tu-dresden.de/physik/tqo/lehre*

## 2. Übung

1. **Matrixdarstellung:**
   Berechnen Sie die Matrixdarstellung $\vec{S}_j$ des Operators $\hat{\vec{J}}$ im $\hat{\vec{J}}^2$-Eigenraum zum Eigenwert $j(j+1)$ (Multiplett) mit

$$\left(\vec{S}_j\right)_{m'm} = \langle jm'|\hat{\vec{J}}|jm\rangle \,.$$

   Was folgt für die Spur der Matrix $\vec{S}_j$?

2. **Pauli-Spin-Matrizen:**
   Die obige Darstellung des Operators $\hat{\vec{J}}$ für $j=\frac{1}{2}$ ergibt die Spin-Matrizen $\vec{\sigma} = 2\vec{S}_{\frac{1}{2}}$. Berechnen Sie:

   a) $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ ,
   b) $\sigma_x^2, \sigma_y^2, \sigma_z^2$ ,
   c) $[\sigma_\alpha, \sigma_\beta]$ sowie
   d) $\{\sigma_\alpha, \sigma_\beta\}$ .

   (Verwenden Sie zur Vereinfachung der Rechnungen die Symmetrien und die Ergebnisse aus Aufgabe 3 der 1. Übung.)

3. **Streuung am eindimensionalen Potentialtopf:**
   Gegeben sei die eindimensionale Schrödinger-Gleichung mit einem attraktiven Potential:

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(x,t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)\right)\psi(x,t)\,, \qquad V(x) = \begin{cases} -V_0 & : \ |x| \le a \\ 0 & : \ |x| > a \end{cases}\,, \qquad V_0 > 0\,.$$

   a) Berechnen Sie für die Streulösungen ($E > 0$) den Transmissions- und Reflektionskoeffizienten $T$ und $R$ und diskutieren Sie deren Energieabhängigkeit.
   b) Betrachten Sie den Transmissions- und Reflektionskoeffizienten für den Spezialfall positiver Energien

$$E = -V_0 + \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\pi n}{2a}\right)^2\,, \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

   und deuten Sie das Ergebnis (Ramsauer-Townsend Effekt).