Institut für Theoretische Physik Prof. Dr. W. Strunz PD Dr. G. Plunien	**Quantentheorie II** **SS 2010**	

http://tu-dresden.de/physik/tqo/lehre

7. Übung

1. **Zwei-Streuzentrenproblem in 1. Bornscher Näherung:**

   Im Abstand $\vec{a} = a\vec{e}_z$ parallel zur Einfallsrichtung $\vec{k} = k\vec{e}_z$ seien zwei Streuzentren angeordnet, deren sphärisch-symmetrische Potentiale sich nur im Vorzeichen unterscheiden ($V_1 = -V_2$).

   a) Wie drückt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ der Anordnung durch den Wirkungsquerschnitt $d\sigma^1/d\Omega$ der einzelnen Streuzentren aus? Geben Sie die Abhängigkeit des dabei eingehenden Koeffizienten vom Streuwinkel an.

   b) Was resultiert im Grenzfall großer Wellenlängen $\lambda \gg a$ in niedrigster Näherung?

   c) Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem totalen Wirkungsquerschnitt σ_{tot} der Anordnung und dem der Einzelstreuer σ^1_{tot} unter der Annahme, dass die Abmessungen der Einzelstreuer vernachlässigbar und ihr Abstand a klein gegenüber der Wellenlänge λ ist?

2. **Pfadintegraldarstellung der zeitabhängigen Greenschen Funktion:**

   Die Lagrange-Funktion des eindimensionalen harmonischen Oszillators lautet $L(x(t), \dot{x}(t)) = \frac{m}{2}(\dot{x}^2(t) - \omega^2 x^2(t))$. Die Pfadintegraldarstellung der dazugehörigen Greenschen Funktion besitzt die Form

   $$\langle x_b | \, \hat{U}(t_b, t_a) \, | x_a \rangle = G(x_b, t_b; x_a, t_a) = e^{\frac{i}{\hbar} S_{kl}} \, \mathcal{F}_\omega(t_b, t_a) \, .$$

   a) Berechnen Sie die Wirkung des harmonischen Oszillators $S[x_{kl}(t)]$ entlang des klassischen Pfades mit den Randwerten $x_{kl}(t_a) = x_a$ und $x_{kl}(t_b) = x_b$ mit $T = t_b - t_a$.
   (Hinweis: Berechnen Sie zuerst die klassischen Pfad $x_{kl}(t)$ als Lösung der Euler-Lagrange Gleichung unter den gegebenen Randbedingungen.)

   b) Das Wirkungsintegral $S[x(t)]$ entlang eines beliebigen Pfades $x(t) = x_{kl}(t) + y(t)$, welcher die Randpunkte x_a und x_b verbindet, resultiert in der Form

   $$S[x(t)] = S[x_{kl}(t)] + \tilde{S}[y(t)] \, ,$$

   wobei für die Abweichung $y(t)$ vom klassischen Pfad $y(t_a) = y(t_b) = 0$ gilt. Wie lautet der Ausdruck für $\tilde{S}[y(t)]$?

   c) Betrachten Sie konkret $t_a = 0, t_b = T$ und berechnen Sie das Pfadintegral

   $$\mathcal{F}_\omega(t_b, t_a) \equiv \mathcal{F}_\omega(T) = \int_{(0,0)}^{(0,T)} \mathcal{D}[y(t)] \; \tilde{S}[y(t)] \, .$$

   (Hinweis: Nutzen Sie Ihre gewonnenen Erkenntnisse aus Aufgabe 2 der 6. Übung.)

3. **Verschränkung reiner Zustände:**

   Betrachten Sie den (reinen) Zwei-Qubit-Zustand $|\psi\rangle = c_{00}|00\rangle + c_{01}|01\rangle + c_{10}|10\rangle + c_{11}|11\rangle$.

   Welche Bedingung erfüllen die komplexen Koeffizienten $\{c_{ij}\}$, wenn es sich bei $|\psi\rangle$ um einen Produktzustand der beiden Qubits handelt? Gilt auch die Umkehrung?
   Überprüfen Sie, ob $|\psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)$ (*Singulettzustand*) ein Produktzustand ist.