Theoretische Mechanik SS 2013

Prof. Dr. W. Strunz, PD Dr. G. Plunien, Institut für Theoretische Physik, TU Dresden
http://tu-dresden.de/physik/tqo/lehre

---

4. Übung

1. **Larmor Theorem:**

   Ein geladenes Teilchen bewegt sich in einem schwachen, konstanten Magnetfeld $\vec{B}_0$ unter dem Einfluß der Lorentz-Kraft $\vec{F} = \frac{q}{c}\,\vec{v} \times \vec{B}_0$.

   Transformieren Sie die Newtonsche Bewegungsgleichung $m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}$ vom Laborsystem (Inertialsystem) in ein rotierendes Koordinatensystem und zeigen Sie, dass der Einfluß schwacher Magnetfelder auf die Bewegung des geladenen Teilchens weitestgehend aufgehoben erscheint, wenn die Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ des rotierenden Systems geeignet gewählt wird (Larmor-Frequenz).

   Präzisieren Sie ferner was "schwache Magnetfelder" in diesem Zusammenhang bedeutet.

2. **Runge-Lenz-Vektor:**

   a) Eine Punktmasse bewege sich im Zentralpotential $V(r) = \alpha\, r^{\beta}$. Für welche Potenz β ist der Runge-Lenz-Vektor $\vec{\Lambda} = \frac{\alpha}{|\alpha|}\left(\frac{\vec{p}\times\vec{L}}{m\alpha} + \frac{\vec{r}}{r}\right)$ eine Erhaltungsgröße?

   b) Bestimmen Sie die Bahnkurve $\vec{r}(\varphi)$, indem Sie $\vec{\Lambda}$ mit $\vec{r}$ skalar multiplizieren ($\varphi = \sphericalangle(\vec{\Lambda}, \vec{r})$).

   c) Zeigen Sie, dass für $V(r) = -|\alpha|\, r^{-1}$ der Betrag des Runge-Lenz-Vektors durch die Exzentrizität der Bahn gegeben ist.

3. **Sphärischer Oszillator:**

   Zwischen zwei Punktmassen m_1 und m_2 wirkt das attraktive Wechselwirkungspotential $V(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{k}{2}\,|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^2$.

   a) Stellen Sie die Newtonschen Bewegungsgleichungen für die Schwerpunkt- und Relativbewegung auf. Wie lautet der Energiesatz für dieses Zweikörperproblem bezüglich Schwerpunkt- und Relativkoordinaten? Überprüfen Sie die Erhaltung des Gesamtdrehimpulses.

   b) Wie formuliert sich der Energiesatz bezüglich des Schwerpunktsystems (Inertialsystem)? Zeigen Sie, dass sich dieses Zweikörperproblem auf ein effektives Einteilchenproblem reduziert.

   c) Betrachten Sie den Fall $m_1 \to \infty$. Geben Sie das effektive Potential $V_{\text{eff}}(r)$ an und bestimmen Sie den Radius der stabilen Kreisbahn (Sollbahn) der Punktmasse m_2 Mit welcher Frequenz oszilliert die Masse m_2 um die Sollbahn für kleine Auslenkungen?