



11. Übung

1. Integrale Form des Induktionsgesetzes:

Zeigen Sie, dass die integrale Form des Induktionsgesetzes $\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\partial_t \vec{B}(\vec{r}, t)$ bei zeitabhängiger Integrationsfläche $\mathcal{F}(t)$ mit Rand $\mathcal{C}(t)$ durch

$$-\frac{d}{dt}\Phi(t) = -\frac{d}{dt} \int_{\mathcal{F}(t)} d\vec{f} \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = \oint_{\mathcal{C}(t)} d\vec{r} \cdot \left(\vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{v} \times \vec{B}(\vec{r}, t) \right) = U_{\text{ind}}$$

gegeben ist.

2. Elektromagnetische Felder in einem rechteckigen Hohlleiter:

Gegeben sei ein Hohlleiter mit rechteckigem Querschnitt ($a \geq x \geq 0$ und $b \geq y \geq 0$) mit idealleitenden Wänden. Auf der Oberfläche des Hohlleiters verschwinden die Normalkomponente des magnetischen Feldes sowie die Transversalkomponenten des elektrischen Feldes. D.h. es gelten die Randbedingungen $\vec{n} \cdot \vec{B} = B_n = 0$ und $\vec{n} \times \vec{E} = \vec{E}_t = 0$, wobei \vec{n} der Normaleneinheitsvektor auf der Oberfläche ist.

Betrachten Sie elektromagnetische Wellen, die sich in z -Richtung ausbreiten ($\vec{k} = k\vec{e}_z$). Bestimmen Sie die Feldstärken \vec{E} und \vec{B} der transversal-elektrischen (TE-) und transversal-magnetischen (TM-)Wellen im Hohlleiter sowie deren Eigenfrequenzen

(Hinweis: TE- bzw. (TM-)Wellen liegen vor, wenn $E_z = 0$ (bzw. $B_z = 0$) gilt.)

3. Retardierte Potentiale:

Zeigen Sie, dass die retardierten Potentiale

$$\Phi(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int dV' \frac{\rho(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{c})}{|\vec{r}-\vec{r}'|}, \quad \vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int dV' \frac{\vec{j}(\vec{r}', t - \frac{|\vec{r}-\vec{r}'|}{c})}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

die Lorentz-Eichung $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \Phi = 0$ erfüllen