Institut für
Theoretische Physik
Prof. Dr. W. Strunz
PD Dr. G. Plunien

Elektrodynamik WS 2008/09

http://tu-dresden.de/physik/tqo/lehre

12. Übung

1. **Einfache elektromagnetische Strahlungsquellen:**
Die einfachsten strahlenden Quellen lassen sich durch (räumlich) lokalisierte, oszillierende Ladungs- und Stromdichten modellieren: $\rho(\vec{r},t) = \rho(\vec{r})\, e^{-i\omega t}$ und $\vec{j}(\vec{r},t) = \vec{j}(\vec{r})\, e^{-i\omega t}$.

   Zeigen Sie, dass für diese harmonisch schwingenden Quellen die Gesamtladung verschwindet.

2. **Elektromagnetische Felder einer uniform bewegten Punktladung:**
Eine Punktladung q bewege sich bezüglich eines Inertialsystems I gleichförmig mit der Geschwindigkeit v entlang der x-Achse. Berechnen Sie die Felder $\vec{E}(\vec{r},t)$ und $\vec{B}(\vec{r},t)$ mittels einer geeigneten Lorentz-Transformation. Was resultiert für den Poynting-Vektor $\vec{S}(\vec{r},t)$?

3. **Elektromagnetische Felder einer bewegten Punktladung:**
Leiten Sie ausgehend von den Liénard-Wiechert Potentialen $\Phi(\vec{r},t)$ und $\vec{A}(\vec{r},t)$ die dazugehörigen elektromagnetischen Felder her:

$$\begin{aligned} \vec{E}(\vec{r},t) &= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r}-\vec{r}_0|\,(1-\vec{n}\cdot\vec{v}/c)^3} \left\{ \frac{\vec{n}\times\left[(\vec{n}-\vec{v}/c)\times\dot{\vec{v}}\right]}{c^2} + \left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)\frac{\vec{n}-\vec{v}/c}{|\vec{r}-\vec{r}_0|} \right\}\Bigg|_{t_{\text{ret}}} , \\ \vec{B}(\vec{r},t) &= \frac{1}{c}\left(\vec{n}\times\vec{E}\right)\Big|_{t_{\text{ret}}} \end{aligned}$$

   mit $\vec{v}(t') = \dot{\vec{r}}_0(t')$, $\dot{\vec{v}}(t') = \ddot{\vec{r}}_0(t')$ und $\vec{n}(t') = \dfrac{\vec{r}-\vec{r}_0(t')}{|\vec{r}-\vec{r}_0(t')|}$ jeweils ausgewertet bei der "retardierten" Zeit $t_{\text{ret}} \equiv t'(\vec{r},t) = t - |\vec{r}-\vec{r}_0(t')|/c$.

   Schreiben Sie ferner den Poynting-Vektor $\vec{S}(\vec{r},t) = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}(\vec{r},t)\times\vec{B}(\vec{r},t)$ auf und zeigen Sie, dass für kleine Geschwindigkeiten $|\vec{v}| \ll c$ dieser durch

$$\vec{S}(\vec{r},t) = \frac{1}{\mu_0 c}\left|\vec{E}(\vec{r},t)\right|^2 \vec{n}(\vec{r},t) \qquad \text{mit} \qquad \vec{E}(\vec{r},t) \simeq \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\,\frac{\vec{n}\times(\vec{n}\times\dot{\vec{v}})}{|\vec{r}-\vec{r}_0|}\Bigg|_{t_{\text{ret}}}$$

   gegeben ist.