Institut für
Theoretische Physik
Prof. Dr. W. Strunz
PD Dr. G. Plunien

Elektrodynamik WS 2008/09

http://tu-dresden.de/physik/tqo/lehre

6. Übung

1. **Randwertaufgabe:**

   a) Eine Punktladung q befinde sich in Abstand a vor einer leitenden Wand. Bestimmen Sie die Kraft zwischen Ladung und Bildladung sowie die auf der Wand induzierte Flächenladungsdichte σ.

   b) Eine Punktladung q befinde sich im Abstand a bzw. b von zwei aufeinander senkrecht stehenden Metallwänden. Wie lautet die Dirichletsche Greensche Funktion? Welche Kraft erfährt die Punktladung?

2. **Kugelkondensator:**
   Betrachten Sie hier noch einmal den Kugelkondensator aus Aufgabe 1 der 4. Übung. Nun trage die Kugel 1 (Radius R_1) die Ladung Q_1 und die Kugel 2 (R_2) trage die Ladung Q_2.

   a) Bestimmen Sie zunächst das Potential $\Phi(\vec{r})$ im ganzen Raum unter der Randbedingung $\Phi(\vec{r}) \to 0$ für $|\vec{r}| \to \infty$.

   b) In der Vorlesung wurde für ein System von N Leiterflächen (jeweils auf Potential Φ_i liegend und eine Gesamtladung Q_i tragend) der allgemeine Zusammenhang $Q_i = \sum_j C_{ij}\Phi_j$ hergeleitet. Geben Sie mit Hilfe des Ergebnisses aus Aufgabenteil a) die Kapazitätskoeffizienten C_{ij} des Kugelkondensators an.

   c) Diskutieren Sie für den Fall $Q = Q_1 = -Q_2$ den Zusammenhang mit der "Kapazität" $C = Q/(\Phi_1 - \Phi_2)$ des Kugelkondensators.

3. **Homogen geladener Stab:**
   Ein (unendlich) dünner Stab der Länge L trage eine homogen verteilte Gesamtladung Q. Der Stab liege entlang der z-Achse symmetrisch zum Ursprung des Koordinatensystems.

   a) Verifizieren Sie den Ausdruck für das vom Stab erzeugte Potential ($r_\perp = \sqrt{x^2 + y^2}$)

   $$\Phi(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0\, L}\, \ln \left| \frac{\sqrt{r_\perp^2 + (z - \frac{L}{2})^2} - (z - \frac{L}{2})}{\sqrt{r_\perp^2 + (z + \frac{L}{2})^2} - (z + \frac{L}{2})} \right| .$$

   b) Wie verhält sich $\Phi(\vec{r})$ in großer Entfernung $|\vec{r}| = r = r_\perp^2 + z^2 >> L$ vom Ursprung? (Hinweis: Taylor-Entwicklung bis einschließlich der Terme $\sim L^2/r^3$.)

4. **Dipol- und Quadrupolmoment einer Ladungsverteilung:**
   Untersuchen Sie, unter welchen Bedingungen die Kartesischen Komponenten

   a) des Dipolmoments $P_i = \int dV\, \rho(\vec{r})\, x_i$

   b) und des Quadrupolmoments $Q_{ij} = \int dV\, \rho(\vec{r})\, (3x_i x_j - \delta_{ij}\, r^2)$

   von der Wahl des Koordinatenursprungs *unabhängig* sind.
   Steht eine mögliche Abhängigkeit der Komponenten p_i und Q_{ij} gegenüber Verschiebungen des Koordinatenursprungs in Konflikt zu dem tensoriellen Charakter der Multipolmomente?