

## 8. Übung

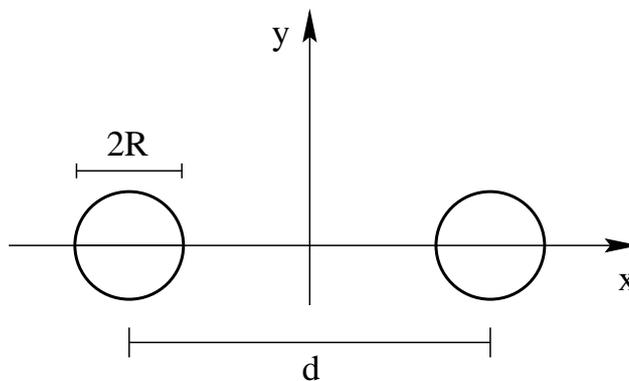
### 1. Magnetfeld paralleler Leiter:

Betrachten Sie zunächst *einen* unendlich langen Leiter mit zylindrischem Querschnitt (Radius  $R$ ,  $z$ -Achse als Symmetrieachse), innerhalb dessen ein Strom mit konstanter Stromdichte  $\vec{j} = j_0 \vec{e}_z$  in  $z$ -Richtung fließt.

- Zeigen Sie mit Hilfe des Biot-Savartschen Gesetzes und aufgrund von Symmetrieüberlegungen, dass das Magnetfeld außerhalb des Leiters die Form  $B(\vec{r}) = B(\rho) \vec{e}_\varphi$  haben muss ( $\vec{e}_\varphi$  ist der Einheitsvektor in  $\varphi$ -Richtung in Zylinderkoordinaten).
- Berechnen Sie mit Hilfe der Grundgleichungen der Magnetostatik unter Verwendung des Stokesschen Satzes (siehe Vorlesung) das Magnetfeld außerhalb des Leiters.

Betrachten Sie nun *zwei* unendlich lange parallele Leiter mit gleichem Radius  $R$  und Abstand  $d$  voneinander (siehe Abbildung). Die Stromdichte in beiden Leitern sei wiederum homogen und vom gleichen Betrag  $j_0$ .

- Berechnen Sie das Magnetfeld  $\vec{B}$  für jeden Punkt auf der  $x$ -Achse außerhalb der Leiter für (i) parallele Ströme und (ii) gegenläufige Ströme. Skizzieren Sie die Ergebnisse.

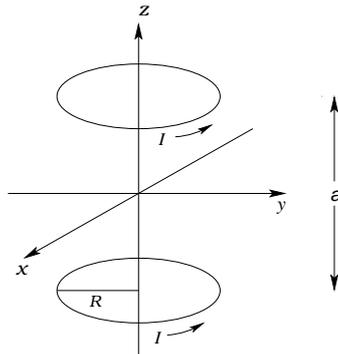


## 2. Helmholtz-Spulen

Zwei parallele kreisförmig gebogene Drähte mit Radius  $R$  und Abstand  $a$  werden jeweils in der auf der Abbildung angegebenen Richtung von einem Strom der Stärke  $I$  durchflossen. Die Drähte werden idealisierterweise als unendlich dünn angenommen.

- Berechnen Sie mit Hilfe des Biot-Savartschen Gesetzes (siehe Vorlesung) das Magnetfeld  $\vec{B}$  auf der  $z$ -Achse.
- In welchem Abstand  $a$  müssen die Leiterschleifen angebracht werden, damit das Magnetfeld zwischen ihnen möglichst homogen ist? Man bezeichnet die entsprechende Anordnung als Helmholtz-Spulen.

Hinweis: Entwickeln Sie  $\vec{B}$  in eine Taylorreihe um  $z = 0$ .



## 3. Magnetfeld einer rotierenden Kugel

Eine homogen mit der Ladungsdichte  $\rho$  geladene Kugel rotiere mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}$ .

- Geben Sie die Stromdichte  $\vec{j}(\vec{r})$  an und bestätigen Sie die Kontinuitätsgleichung.
- Berechnen Sie das Vektorpotential  $\vec{A}(\vec{r})$  für Aufpunkte  $\vec{r}$  außerhalb der Kugel ( $r > R$ ). Schreiben Sie dazu den Ausdruck allgemein hin und führen Sie Kugelkoordinaten ein. Die  $z$ -Achse legt man in Richtung des Aufpunktes  $\vec{r}$ . Führen Sie zuerst in jeder Komponente von  $\vec{r}'$  die Integration über die Winkelkoordinaten aus und benutzen Sie

$$\int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr'x}} dx = \frac{2}{3} \frac{r'}{r^2} \quad \text{für } r > r'.$$

- Bestimmen Sie für die rotierende, homogen geladene Kugel sämtliche magnetischen Multipole.

