

## 9. Übung

### 1. Vektorpotential eines stromdurchflossenen Ringes:

Ein Kreisstrom  $I$  fließt in einem unendlich dünnen Draht ring mit Radius  $a$ , welcher in der  $xy$ -Ebene liegt (siehe Abbildung).

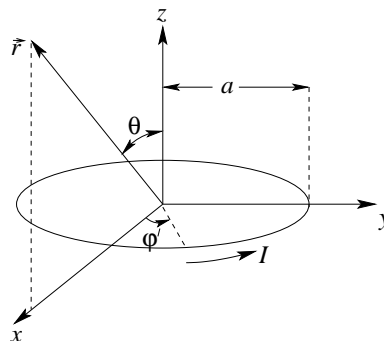
a) Überlegen Sie sich, dass die Stromdichte in Polarkoordinaten gegeben ist durch

$$\vec{j}(\vec{r}') = \frac{I}{a} \delta(\cos \theta') \delta(r' - a) \vec{e}_{\varphi'} .$$

b) Verifizieren Sie, dass die Kontinuitätsgleichung für die Strom- und Ladungsdichte (siehe Vorlesung) erfüllt ist.

c) Berechnen Sie ausgehend von der allgemeinen Integraldarstellung das Vektorpotential  $\vec{A}(\vec{r})$  näherungsweise für  $r \gg a$ .

Hinweis: Wegen der Zylindersymmetrie des Problems, kann man den Beobachtungspunkt  $\vec{r}$  in die  $xz$ -Ebene legen, um die Rechnung zu vereinfachen. Entwickeln Sie den Integranden in  $a/r$ .



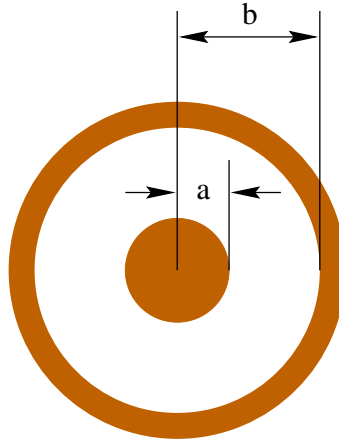
### 2. Maxwell'scher Verschiebungstrom am Kondensator:

Betrachten Sie die Entladung eines Plattenkondensators (Fläche  $A$ ) über eine Leiterschleife. Während des Entladevorgangs ist der Leiter von einem zeitabhängigen Magnetfeld  $\vec{B}(t)$  umgeben und zwischen den Kondensatorplatten verringert sich die elektrische Feldstärke  $\vec{E}(t)$ . Argumentieren Sie mit Hilfe des Ampèreschen Gesetzes (geeignete Wahl von Flächen und Randkurven), dass die Einführung des Maxwell'schen Verschiebungstroms zwingend erforderlich ist, um die Ladungserhaltung zu gewährleisten.

– bitte wenden –

### 3. Energiefluss in einem Koaxialkabel

Ein sehr langes Doppelkabel bestehe aus einem inneren Leiter (Radius  $a$ ) und einem äußeren Leiter, der die Form eines Hohlzylinders hat (Abstand  $b$  von der Symmetrieachse). Ein Gleichstrom  $I$  fließe durch den inneren Leiter in eine Richtung und durch den äußeren Leiter zurück. Zwischen den beiden Leitern bestehe eine konstante Spannungsdifferenz  $V$ , die durch einen Verbraucher (z.B. einen Widerstand) am Ende der Leitungen hervorgerufen wird. Der Ohmsche Widerstand der Leitungen sei zu vernachlässigen.



- (a) Bestimmen Sie das skalare elektrische Potential  $\Phi(\vec{r})$  im Zwischenraum ( $a < r < b$ ) als Lösung der Laplace-Gleichung. Verwenden Sie dazu die Darstellung des Laplace-Operators in den Koordinaten, die der Symmetrie des Problems angepasst sind. Die auftretende Integrationskonstante soll durch  $V$  ausgedrückt werden.
- (b) Bestimmen Sie das elektrische Feld zwischen den Leitern.
- (c) Berechnen Sie den Poynting-Vektor im Zwischenraum. Wie groß ist die pro Zeiteinheit transportierte Energie und in welche Richtung fließt sie?