Institut für
Theoretische Physik
Prof. Dr. W. Strunz
PD Dr. G. Plunien

Thermodynamik + Statistik **WS 10/11**

http://tu-dresden.de/physik/tqo/lehre

2. Übung

1. **Innere Energie des idealen Gases:**
Die innere Energie eines (einatomigen) idealen Gases $U = \frac{3}{2} N k_B T$ ist eine Zustandsgröße. Die Teilchenzahl N sei fest vorgegeben und k_B bezeichnet die Boltzmann-Konstante. Zusammenhänge der Gestalt $U = U(T, V)$ und $p = p(T, V)$ heißen *kalorische* Zustandsgleichung bzw. *thermische* Zustandsgleichung.

   a) Was ergibt sich für die Wärmekapazität bzw. für die spezifische Wärme bei isochoren Zustandsänderungen?

   b) Adiabatische Prozeßführungen sind durch $\delta Q = 0$ (kein Wärmeaustausch mit der Umgebung) charakterisiert. Leiten Sie unter dieser Annahme einen Zusammenhang zwischen Temperatur und Volumen, d.h. die Adiabatengleichung für das ideale Gas her.

2. **Zustandsgleichung für volumenunabhängige innere Energie:**
Gegeben sei ein Material, das die Bedingung $(\partial U/\partial V)_T = 0$ erfüllt. Leiten Sie mit Hilfe der Hauptsätze der Thermodynamik die allgemeine Form der thermischen Zustandsgleichung her. Welche Maxwell-Relation ergibt sich aus der freien Energie (Helmholtz-Funktion) $F = F(T, V) = U - TS$?

3. **Antwortfunktionen, Maxwell-Relationen und Wärmekapazitäten:**

   a) Ein Material werde durch eine thermische Zustandsgleichung $p = p(V, T)$ charakterisiert. Zeigen Sie, daß für den (isobaren) Volumenausdehnungskoeffizienten α, die (isotherme) Kompressibilität κ_T und den Spannungskoeffizienten σ die Relation $\alpha = p\,\kappa_T\,\sigma$ gilt. Diese Antwortfunktionen sind gemäß

$$\alpha = V^{-1}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p , \qquad \kappa_T = -V^{-1}\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T , \qquad \sigma = p^{-1}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$$

   definiert und Messungen leicht zugängliche Materialgrößen.

   b) Die Enthalpie $H = H(S, p, N)$ und die freie Enthalpie $G = G(T, p, N)$ sind Zustandsgrößen, für die jeweils gilt: $dH = T\,dS + V\,dp + \mu\,dN$ bzw. $dG = -S\,dT + V\,dp + \mu\,dN$. Wie lauten die dazugehörigen Maxwell-Relationen?

   c) Die Definitionen für die Wärmekapazitäten C_V und C_p lauten ($N = konst.$):

$$C_V = \left.\frac{\delta Q}{dT}\right|_V = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V , \quad C_p = \left.\frac{\delta Q}{dT}\right|_p = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p .$$

   Zeigen Sie die allgemeine Beziehung: $C_p = C_V + TV\,\dfrac{\alpha^2}{\kappa_T}$.