Theoretische Elektrodynamik WS 2011/2012

Prof. Dr. W. Strunz, PD Dr. G. Plunien, Institut für Theoretische Physik, TU Dresden
http://tu-dresden.de/physik/tqo/lehre

---

13. Übung

1. **Einfache elektromagnetische Strahlungsquellen:**

   Die einfachsten, elektromagnetische Wellen abstrahlenden Quellen lassen sich durch (räumlich) lokalisierte, oszillierende Ladungs- und Stromdichten modellieren: $\rho(\vec{r},t) = \rho(\vec{r})\, e^{-i\omega t}$ und $\vec{j}(\vec{r},t) = \vec{j}(\vec{r})\, e^{-i\omega t}$.

   Zeigen Sie, dass für diese harmonisch schwingenden Quellen die Gesamtladung verschwindet.

2. **Elektromagnetische Felder in einem rechteckigen Hohlleiter:**

   Gegeben sei ein Hohlleiter mit rechteckigem Querschnitt ($a \geq x \geq 0$ und $b \geq y \geq 0$) mit idealleitenden Wänden. Auf der Oberfläche des Hohlleiters verschwinden die Normalkomponente des magnetischen Feldes sowie die Transversalkomponenten des elektrischen Feldes. D.h. es gelten die Randbedingungen $\vec{n} \cdot \vec{B} = B_n = 0$ und $\vec{n} \times \vec{E} = \vec{E}_t = 0$, wobei $\vec{n}$ der Normaleneinheitsvektor auf der Oberfläche ist.

   Betrachten Sie elektromagnetische Wellen, die sich in z-Richtung ausbreiten ($\vec{k} = k\vec{e}_z$). Bestimmen Sie die Feldstärken $\vec{E}$ und $\vec{B}$ der transversal-elektrischen (TE-) und transversal-magnetischen (TM-)Wellen im Hohlleiter sowie deren Eigenfrequenzen

   (Hinweis: TE- bzw. (TM-)Wellen liegen vor, wenn $E_z = 0$ (bzw. $B_z = 0$) gilt.)

3. **Elektromagnetische Felder einer bewegten Punktladung:**

   Leiten Sie anknüpfend an die Aufgabe 3, 12. Übungsblatt die Ausdrücke für die retardierten elektromagnetischen Felder her:

$$
\begin{aligned}
\vec{E}(\vec{r},t) &= \frac{q}{|\vec{r}-\vec{r}_0|\,(1-\vec{n}\cdot\vec{v}/c)^3} \left\{ \frac{\vec{n} \times \Big[(\vec{n}-\vec{v}/c) \times \dot{\vec{v}}\Big]}{c^2} + \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \frac{\vec{n}-\vec{v}/c}{|\vec{r}-\vec{r}_0|} \right\}\Bigg|_{t_{\mathrm{ret}}}, \\
\vec{B}(\vec{r},t) &= \Big(\vec{n} \times \vec{E}\Big)\Big|_{t_{\mathrm{ret}}}
\end{aligned}
$$

   mit $\vec{v}(t') = \dot{\vec{r}}_0(t')$, $\dot{\vec{v}}(t') = \ddot{\vec{r}}_0(t')$ und $\vec{n}(t') = \dfrac{\vec{r}-\vec{r}_0(t')}{|\vec{r}-\vec{r}_0(t')|}$ jeweils ausgewertet bei der "retardierten" Zeit $t_{\mathrm{ret}} \equiv t'(\vec{r},t) = t - |\vec{r}-\vec{r}_0(t')|/c$.

   Schreiben Sie den Poynting-Vektor $\vec{S}(\vec{r},t) = \frac{c}{4\pi}\,\vec{E}(\vec{r},t) \times \vec{B}(\vec{r},t)$ auf und zeigen Sie, dass dieser für kleine Geschwindigkeiten $|\vec{v}| \ll c$ durch

$$
\vec{S}(\vec{r},t) = \left|\vec{E}(\vec{r},t)\right|^2 \vec{n}(\vec{r},t)\Big|_{t_{\mathrm{ret}}} \qquad \text{mit} \qquad \vec{E}(\vec{r},t) \simeq \frac{q}{c^2}\, \frac{\vec{n} \times (\vec{n} \times \dot{\vec{v}})}{|\vec{r}-\vec{r}_0|}\Bigg|_{t_{\mathrm{ret}}}
$$

   gegeben ist.