Theoretische Elektrodynamik WS 2011/2012

Prof. Dr. W. Strunz, PD Dr. G. Plunien, Institut für Theoretische Physik, TU Dresden
http://tu-dresden.de/physik/tqo/lehre

---

14. Übung

1. **Makroskopische Maxwell-Gleichungen:**

   Zeigen Sie ausgehend von den makroskopischen Maxwellschen Gleichungen, dass der Vektor $\vec{Z}(\vec{r},t) = \frac{4\pi}{c}\,\vec{j}(\vec{r},t) + \frac{1}{c}\,\frac{\partial \vec{D}(\vec{r},t)}{\partial t}$ immer divergenzfrei ist.

2. **Punktladung im dielektrischen Medium:**

   Die Ebene $x = 0$ sei die Grenzfläche zwischen zwei Dielektrika mit den Dielektrizitätskonstanten ε_1 (für $x > 0$) und ε_2 (für $x < 0$). Auf der Grenzfläche befinde sich keine Oberflächenladungsdichte. Eine Punktladung q befinde sich am Ort $\vec{r} = (a, 0, 0)$. Berechnen Sie das elektrische Potential Φ, das elektrische Feld $\vec{E}$ und die dielektrische Verschiebung $\vec{D}$ im ganzen Raum.
   (Hinweis: Die Normalkomponenten des $\vec{D}$-Feldes und die Tangentialkomponenten des $\vec{E}$-Feldes genügen den allgemeinen Grenzbedingungen $(\vec{D}_2 - \vec{D}_1)\cdot\vec{n}_{12} = \sigma$ und $(\vec{E}_2 - \vec{E}_1)\times\vec{n}_{12} = 0$. Dabei ist $\vec{n}_{12}$ die vom Gebiet 2 ins Gebiet 1 zeigende Flächennormale und σ die makroskopische Flächenladungsdichte.)

3. **Magnetisierbare Kugel im externen Magnetfeld:**

   Eine magnetisierbare Kugel (Radius R und Permeabilität μ) befinde sich in einem homogenen externen Magnetfeld ($\vec{B}_0 = B_0\vec{e}_z$). überlegen Sie sich zunächst warum es möglich ist ein magnetisches Potential Φ_M mit $\vec{H} = -\vec{\nabla}\Phi_M$ einzuführen. Berechnen Sie das magnetische Potential Φ_M sowie die Felder $\vec{B}$ und $\vec{H}$.

4. **Makroskopische Elektrodynamik – Telegraphengleichungen:**

   Ein unendlich ausgedehntes, räumlich homogenes und isotropes, neutrales Medium werde durch die (relative) Dielektrizitätskonstante ε, die (relative) Permeabilitätskonstante μ und die Leitfähigkeit σ charakterisiert. Es gelten die Beziehungen
   $\vec{D}(\vec{r},t) = \varepsilon\vec{E}(\vec{r},t)$, $\vec{B}(\vec{r},t) = \mu\vec{H}(\vec{r},t)$, $\vec{j}(\vec{r},t) = \sigma\vec{E}(\vec{r},t)$ und $\rho(\vec{r},t) = 0$.

   a) Wieso heisst die Beziehung $\vec{j} = \sigma\vec{E}$ auch "Ohmsches Gesetz"?

   b) Leiten Sie die sogenannten Telegraphengleichungen

   $$\Delta\vec{V}(\vec{r},t) - \frac{\varepsilon\mu}{c^2}\,\frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{V}(\vec{r},t) - \frac{4\pi\mu\sigma}{c^2}\,\frac{\partial}{\partial t}\vec{V}(\vec{r},t) = 0$$

   für die elektromagnetischen Felder $\vec{V} = \{\vec{E}, \vec{H}\}$ ab.

   c) Bestimmen Sie die einfachsten Lösungen der Telegraphengleichungen mittels der Ansätze

   $$\left\{ \begin{array}{c} \vec{E}(\vec{r},t) \\ \vec{H}(\vec{r},t) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{E}_0 \\ \vec{H}_0 \end{array} \right\} e^{i(\vec{\kappa}\cdot\vec{r} - \omega t)} \qquad \text{mit} \qquad \vec{\kappa} = \vec{k} + i\vec{\delta}\,.$$

   d) Diskutieren Sie qualitativ die Situation für die Wellenausbreitung entlang dünner Leiterdrähte.