

8. Übung

1. Dirichletsches Randwertproblem:

Eine Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$ befinde sich zwischen zwei unendlichen, parallelen und idealleitenden Platten. Die beiden Leiterplatten ($y-z$ -Ebene) seien bei $x = 0$ und $x = a$ positioniert und beide auf Nullpotential.

- Leiten Sie die Dirichlet'sche Greensche Funktion $G_D(\vec{r}, \vec{r}')$ im Raumgebiet zwischen den Leiterplatten mit Hilfe der Spiegelladungsmethode her.
(Hinweis: Denken Sie sich eine bei $\vec{r}_0 \equiv \vec{r}' = x' \vec{E}_x + \vec{r}'_{\parallel}$ befindliche Punktladung q und bestimmen Sie zunächst die Positionen aller Spiegelladungen.)
- Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ zwischen den Leiterplatten, welches durch eine dort befindliche Punktladung erzeugt wird.

2. Energie und Kapazität:

In der Vorlesung wurde die Energie W einer Ladungsverteilung ρ hergeleitet:

$$W = \frac{1}{2} \int \rho(\vec{r}) \Phi(\vec{r}) .$$

Überlegen Sie sich davon ausgehend den Zusammenhang zwischen der potentielle Energie W eines Systems von Leiterflächen und den Kapazitätskoeffizienten C_{ij} . Betrachten Sie insbesondere den Kugelkondensator (Radien R_1, R_2 mit Ladungen $Q_1 = -Q_2 = Q$) aus Aufgabe 1, 5. Übungsblatt und leiten Sie die Beziehung $W = \frac{1}{2} CU^2$ her.

3. Elektrische Feldenergie und Wechselwirkungsenergie:

- Zwei Punktladungen Q_1 und Q_2 befinden sich an den Orten \vec{R}_1 und \vec{R}_2 . Leiten Sie aus dem Ausdruck für die Wechselwirkungsenergie W_{12} das Coulomb-Gesetz her.
- Ein im Ursprung eines Koordinatensystems befindlicher Punktdipol \vec{P}_1 erzeugt am Ort \vec{r} ein elektrisches Potential $\Phi(\vec{r}) = (\vec{P}_1 \cdot \vec{r})/r^3$. Am Ort \vec{r} befinde sich ein zweiter Punktdipol \vec{P}_2 .
Berechnen Sie die Wechselwirkungsenergie W_{12} der beiden Dipole.
Schreiben Sie die Wechselwirkungsenergie $W_{12}(r, \gamma_1, \gamma_2)$ als Funktion von $r = |\vec{r}|$ und der Orientierungswinkel ($\gamma_i \angle \vec{P}_i, \vec{n} = \frac{\vec{r}}{r}$) auf.
Diskutieren Sie deren Abhängigkeit der Wechselwirkungsenergie von den Orientierungswinkel für spezielle Werte γ_i (Konfigurationen).
(Hinweis: Vielleicht überlegen Sie sich zu Beginn o.B.d.A. eine möglichst günstige Wahl der Koordinatenachsen.)