

Theoretische Elektrodynamik WS 2011/2012

Prof. Dr. W. Strunz, PD Dr. G. Plunien, Institut für Theoretische Physik, TU Dresden
<http://tu-dresden.de/physik/tqo/lehre>

9. Übung

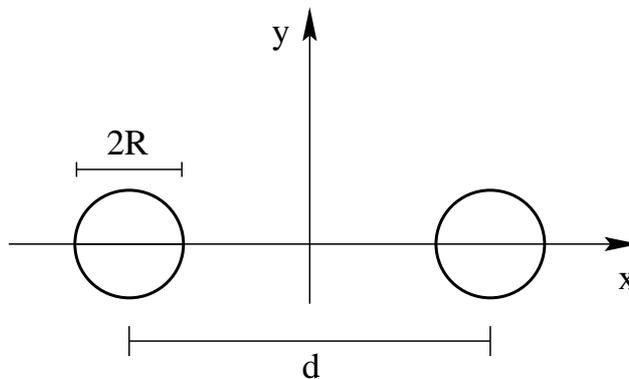
1. Magnetfeld paralleler Leiter:

Betrachten Sie zunächst *einen* unendlich langen Leiter mit zylindrischem Querschnitt (Radius R , z -Achse als Symmetrieachse), innerhalb dessen ein Strom mit konstanter Stromdichte $\vec{j} = j_0 \vec{e}_z$ in z -Richtung fließt.

- Zeigen Sie mit Hilfe des Biot-Savartschen Gesetzes und aufgrund von Symmetrieüberlegungen, dass das Magnetfeld außerhalb des Leiters die Form $B(\vec{r}) = B(\rho) \vec{e}_\varphi$ haben muss (\vec{e}_φ ist der Einheitsvektor in φ -Richtung in Zylinderkoordinaten).
- Berechnen Sie mit Hilfe der Grundgleichungen der Magnetostatik unter Verwendung des Stokesschen Satzes (siehe Vorlesung) das Magnetfeld außerhalb des Leiters.

Betrachten Sie nun *zwei* unendlich lange parallele Leiter mit gleichem Radius R und Abstand d voneinander (siehe Abbildung). Die Stromdichte in beiden Leitern sei wiederum homogen und vom gleichen Betrag j_0 .

- Berechnen Sie das Magnetfeld \vec{B} für jeden Punkt auf der x -Achse außerhalb der Leiter für (i) parallele Ströme und (ii) gegenläufige Ströme. Skizzieren Sie die Ergebnisse.

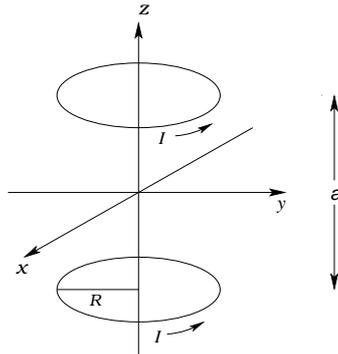


2. Helmholtz-Spulen:

Zwei parallele kreisförmig gebogene Drähte mit Radius R und Abstand a werden jeweils in der auf der Abbildung angegebenen Richtung von einem Strom der Stärke I durchflossen. Die Drähte werden idealisierterweise als unendlich dünn angenommen.

- Berechnen Sie mit Hilfe des Biot-Savartschen Gesetzes (siehe Vorlesung) das Magnetfeld \vec{B} auf der z -Achse.
- In welchem Abstand a müssen die Leiterschleifen angebracht werden, damit das Magnetfeld zwischen ihnen möglichst homogen ist? Man bezeichnet die entsprechende Anordnung als Helmholtz-Spulen.

Hinweis: Entwickeln Sie \vec{B} in eine Taylorreihe um $z = 0$.



3. Magnetfeld einer rotierenden Kugel:

Eine homogen mit der Ladungsdichte ρ geladene Kugel rotiere mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$.

- Geben Sie die Stromdichte $\vec{j}(\vec{r})$ an und bestätigen Sie die Kontinuitätsgleichung.
- Berechnen Sie das Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r})$ für Aufpunkte \vec{r} außerhalb der Kugel ($r > R$). Schreiben Sie dazu den Ausdruck allgemein hin und führen Sie Kugelkoordinaten ein. Die z -Achse legt man in Richtung des Aufpunktes \vec{r} . Führen Sie zuerst in jeder Komponente von \vec{r}' die Integration über die Winkelkoordinaten aus und benutzen Sie

$$\int_{-1}^1 \frac{x}{\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr'x}} dx = \frac{2}{3} \frac{r'}{r^2} \quad \text{für } r > r'.$$

- Bestimmen Sie für die rotierende, homogen geladene Kugel sämtliche magnetischen Multipole.

