



5. Übungsblatt: Nobelpreis 2012: Quantenbits und Quantenfelder siehe auch <http://tu-dresden.de/physik/tqo/lehre>

Rabi-Oszillationen

Die Wechselwirkung eines Zweiniveausystems (Energieabstand $\hbar\omega$) mit einem monochromatischen klassischen Feld der Frequenz ν wird in Resonanzwellennäherung (RWA) durch den zeitabhängigen Hamiltonoperator

$$H(t) = \frac{\hbar\omega}{2}\sigma_z + \frac{\hbar\Omega}{2}(e^{-i\nu t}\sigma_+ + e^{i\nu t}\sigma_-)$$

beschrieben. Anfänglich sei das System im Grundzustand; bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, das System zu einer späteren Zeit im angeregten Niveau zu messen.

Quantenfluktuationen des elektrischen Feldes

Die Komponente des el. Feldoperators in Polarisationsrichtung $\vec{\epsilon}_{\vec{k}\mu}$ einer einzelnen Mode an einem Ort \vec{r}_0 mit $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}_0} = 1$ ist durch

$$E(t) = \vec{\epsilon}_{\vec{k}\mu} \cdot \vec{E}(\vec{r}_0, t) = i\sqrt{\frac{2\pi\hbar\omega_k}{L^3}} (a_{\vec{k}\mu} e^{-i\omega_k t} - a_{\vec{k}\mu}^\dagger e^{i\omega_k t})$$

gegeben. Bestimmen Sie die mittlere Feldstärke $\langle E(t) \rangle$ und die Unschärfe $\Delta E(t)$ als Funktion der Zeit für einen Anzahlzustand $|n\rangle$ und einen kohärenten Zustand $|\alpha\rangle$.

Verschränkte Zustände

Formulieren Sie ein einfaches Kriterium für die komplexen Koeffizienten $\{c_{ij}\}$ eines allgemeinen 2-Qubit-Zustands $|\psi\rangle = c_{00}|00\rangle + c_{01}|01\rangle + c_{10}|10\rangle + c_{11}|11\rangle$ das erfüllt ist, genau dann wenn $|\psi\rangle$ ein Produktzustand, also unverschränkt ist.

Gedämpfte Feldmode und Schrödingers Katze

Die Zeitentwicklung eines gedämpften harmonischen Oszillators bei Temperatur $T = 0$ wird durch die Mastergleichung

$$\dot{\rho} = -i[\Omega a^\dagger a, \rho] + \frac{\gamma}{2} ([a\rho, a^\dagger] + [a, \rho a^\dagger])$$

beschrieben. Zeigen Sie, dass ein anfänglich kohärenter Zustand für alle Zeiten kohärent bleibt: $\rho(t) = |\alpha(t)\rangle\langle\alpha(t)|$, und bestimmen Sie $\alpha(t)$.

Nehmen Sie nun an, dass anfänglich eine Superposition kohärenter Zustände vorliegt: $|\psi\rangle = (|\alpha_0\rangle + |\beta_0\rangle)/\sqrt{2}$ mit großem "Abstand" $|\alpha_0 - \beta_0| \gg 1$. Bestimmen Sie $\rho(t)$ und diskutieren Sie das Ergebnis.