Theoretische Physik (Phy-Ma-Theo)

Walter Strunz, Institut für Theoretische Physik , TU Dresden, Wintersemester 2012/13

2. Übungsblatt: Propagatoren und Pfadintegrale

siehe auch http://tu-dresden.de/physik/tqo/lehre

Kohärente Zustände und Propagator des harmonischen Oszillators

Kohärente Zustände sind Eigenzustände des Vernichtungsoperators $a|\xi\rangle = \xi|\xi\rangle$, mit beliebigem komplexem Parameter ξ.
Stellen Sie die Wirkung von $a^\dagger$ auf $|\xi\rangle$ als Differentialoperation dar. Berechnen Sie die Anzahldarstellung $\langle n|\xi\rangle$ und die Ortsdarstellung $\langle q|\xi\rangle$.
Bestimmen Sie darüberhinaus die Matrixelemente $\langle n|U|n'\rangle$ und $\langle \xi|U|\xi'\rangle$ des Propagators $U = U(t_f, t_i) = \exp\left\{-\frac{i}{\hbar}\hat{H}(t_f - t_i)\right\}$ für den harmonischen Oszillator. Diskutieren Sie die Zusammenhänge mit der in der Vorlesung betrachteten Ortsdarstellung $\langle q|U|q'\rangle$.

Imaginärzeitpropagation

Bestimmen Sie aus der Ortsdarstellung der Amplitude $\langle q| \exp\left\{-\frac{1}{\hbar}\hat{H}\tau\right\}|q'\rangle$ die Grundzustandsenergie und die -wellenfunktion des harmonischen Oszillators.

Aharonov-Bohm-Effekt

Betrachten Sie die Pfadintegraldarstellung des Propagators für ein geladenes Teilchen im Magnetfeld $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$. Berechnen Sie zunächst den Beitrag des Vektorpotentials zur klassischen Wirkung. Überlegen Sie sich nun, welchen Einfluss $\vec{A}$ auf die für Interferenzexperimente relevante Phasendifferenz der Beiträge *verschiedener* Wege hat.
Für die Diskussion des Aharonov-Bohm-Effekts geht man von einem in einem kleinen Raumbereich lokalisierten $\vec{B}$-Feld aus, der für die Teilchen vollständig abgeschirmt ist. (Die Wahl $\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\Phi}{2\pi}\frac{1}{x^2+y^2}\begin{pmatrix} -y \\ x \\ 0 \end{pmatrix}$ könnte als Beispiel dienen).

Klassische Mechanik des getriebenen harmonischen Oszillators

Berechnen Sie für $L(q, \dot{q}, t) = \frac{1}{2}m\dot{q}^2 - \frac{1}{2}m\omega^2 q^2 + F(t)q$ die klassische Bahn $q_{\text{kl}}(t)$ mit den Randbedingungen $q(t_i) = q_i$ und $q(t_f) = q_f$ und die Wirkung $S_F[q_{\text{kl}}]$ entlang dieser Bahn.

Korrelationsfunktion

Bestimmen Sie auf zwei Arten die Korrelationsfunktion

$$\frac{\langle 0\, t_f|\hat{q}(t_1)\hat{q}(t_2)|0\, t_i\rangle}{\langle 0\, t_f|0\, t_i\rangle}$$

mit $t_f > t_1 > t_2 > t_i$ für einen harmonischen Oszillator. (Bemerkung: mit '0' ist hier der Ort $q = 0$ gemeint und *nicht* der Grundzustand des harmonischen Oszillators).