Technische Universität Dresden
Fachrichtung Physik

Einführung in das Physikalische Praktikum

Bearbeiter: Dr. U. Escher, Dipl.-Phys. M. Lange, 09/2005
Dr. R. Schwierz, 03/2016

Inhaltsverzeichnis

1. Zielstellung

Im physikalischen Praktikum sollen die Studierenden ihre in Vorlesungen und Seminaren erworbenen Kenntnisse durch eigene experimentelle Arbeiten vertiefen. Dabei werden der Aufbau von Versuchen, der Umgang mit Messgeräten, die Auswertung von Messergebnissen sowie deren kritische Analyse zur Genauigkeit und die wissenschaftliche Protokollführung am praktischen Beispiel studiert.

2. Ablauf des Praktikums

Zu Beginn des Semesters werden alle eingeschriebenen Studierenden über den Praktikumsablauf, die von ihnen zu absolvierenden Versuche und ihre Praktikumstermine informiert, außerdem erfolgt eine Unterweisung zum Arbeits- und Brandschutz. Die für das gesamte Semester benötigten Versuchsanleitungen sind auf der Internetseite des Praktikums für Studierende mit Physik im Nebenfach http://www.physik.tu-dresden.de/praktikum abrufbar. Diese Anleitungen enthalten Informationen zum Versuchsinhalt sowie den grundlegenden Gesetzmäßigkeiten und Literaturhinweise zum vorbereitenden Selbststudium. Die Studierenden werden in Gruppen zu je acht Personen eingeteilt, die Versuchsdurchführung selbst erfolgt in der Regel in Zweiergruppen. Die Praktikumstermine werden sowohl durch Aushang als auch im Internet bekannt gegeben und sind verbindlich.
Der jeweilige Versuchstermin beginnt mit einer kurzen schriftlichen Kontrollarbeit, die den Nachweis über die in der Vorbereitung erarbeiteten Kenntnisse zum Versuch erbringen soll. Bei nicht ausreichendem Wissensstand wird die/der Studierende von der Durchführung der Experimente ausgeschlossen und kann nach Anhörung einmalig einen späteren Termin zur Nachholung des experimentellen Teils des Versuchs bekommen.
Anschließend wird vom Betreuer die Aufgabenstellung ausgegeben und entsprechend seinen Hinweisen und Weisungen wird das Experiment durchgeführt.
Die Nachweisführung zum Versuch erfolgt in einem **gebundenen Protokollheft** (kleinkariert, mind. 80 Blätter), in welches alle Daten eingetragen und separate Blätter (Diagramme o.ä.) fest eingefügt werden. Hat ein/e Studierende/r zum Praktikumstermin sein Protokollheft nicht zur Verfügung, ist das auf (einseitig) beschriebenen Blättern angefertigte Protokoll bis zum nächstfolgenden Praktikumstermin in das Protokollheft einzubringen und dem Betreuer des

nachfolgenden Versuchs oder der Praktikumsleitung vorzulegen. Erst danach ist der Versuch ordnungsgemäß abgeschlossen.
Zum Versuchsende legt die/der Studierende dem Betreuer das Protokoll zum Testat vor. Mit seiner Unterschrift bestätigt der Betreuer den Abschluss des Versuchs und gibt der/dem Studierenden die Bewertung bekannt. Arbeiten am Protokoll über den eigentlichen Versuchstermin hinaus sind nicht zulässig

3. Protokollführung

Das Protokoll soll alle zum Versuch notwendigen Informationen enthalten, die es erlauben, den Lösungsweg der Aufgabe später vollständig rekonstruieren oder wiederholen zu können oder um die Ergebnisse weiter zu verwerten, aber nicht mehr.
Jeder Praktikant hat ein gebundenes Protokollheft zu führen, dessen Seiten bereits im Voraus zu nummerieren sind. Alle Eintragungen haben mit Tinte oder Kugelschreiber zu erfolgen. Das Heraustrennen von Seiten ist nicht zulässig. Stattdessen sind falsche Eintragungen unter Angabe der Ursache durchzustreichen.
Das für jede Aufgabe während des Praktikums anzufertigende Protokoll soll in der Regel folgenden Aufbau besitzen:

Titel: Kennzeichen und Thema der Aufgabe, Datum, Namen der Mitarbeiter, Name des Betreuers.

Einleitung: Angabe des Versuchsziels. Vom Betreuer gestellte Aufgaben. Kurze Beschreibung des Messprinzips, der Messapparatur (evtl. schematische Skizze). Für die Auswertung benötigte Formeln. Keine theoretischen Abhandlungen, z.B. über die in der Anleitung umrissenen Fragenkomplexe, keine Fehlerformeln.

Messungen: Alle im Verlauf der Experimente gemessenen physikalischen Größen mit deren Ablese- oder Einstellunsicherheiten sind sofort übersichtlich (z.B. in Tabellen) einzutragen, nicht erst die daraus berechneten Mittelwerte oder Zwischenresultate (Beispiel: Notieren der bei einer Wägung verwendeten Wägestücke, der bei elektrischen Messungen genutzten Messbereiche). Keine Zettel verwenden!

Auswertung: Berechnen der geforderten Endergebnisse. Alle Zwischenrechnungen gehören in das Protokollheft. Graphische Darstellungen, die auf Spezialpapier (z.B. Millimeterpapier) angefertigt werden, sind in das Protokollheft fest einzubringen. Dabei sind Kopien von Diagrammen, die während des Versuchs erstellt wurden, zulässig, wenn sie wie das Original zum Versuchsende vorliegen.

Zur Auswertung des Versuchs sind die Benutzung von Lehrbüchern, Vorlesungsnachschriften u. Ä. m. sowie von Taschenrechnern (keine Laptops) uneingeschränkt zulässig. Das Bereitlegen oder Benutzen von früher angefertigten Praktikumsprotokollen, in denen vergleichbare Versuche dokumentiert sind, führt zum Abbruch des Versuchs und wird als Betrugsversuch bewertet.

Analyse der Messunsicherheiten: Die Auswirkung der zu jeder Messgröße notierten Messunsicherheiten sowie der systematischen Unsicherheiten auf die Endergebnisse ist zu ermitteln (vgl. Punkt 6.). Dieser Abschnitt enthält auch eine Aussage zur Ursache beim Auftreten grober Messfehler.

Zusammenstellung und Diskussion: Resultate unter Beachtung der berechneten Messunsicherheiten zusammenstellen. Das Ergebnis der Messung einer physikalischen Größe F ist mit der maximalen Messunsicherheit (früher bezeichnet als Maximalfehler) ΔF anzugeben. Hierbei ist zu beachten, dass F und ΔF in der Regel dimensionsbehaftet sind und zur besseren Übersicht zweckmäßigerweise in denselben Einheiten angegeben werden sollten. Aus dem Zahlenwert der Messunsicherheit ΔF folgt auch die Vorschrift zur Rundung von ΔF und F. Von links beginnend ist die erste von Null verschiedene Ziffer der Messunsicherheit ΔF zu suchen. Ist diese eine der Ziffern 3 bis 9, so ist sie die zu rundende Stelle (eine signifikante Stelle der Messunsicherheit ΔF). Wenn die erste von Null verschiedene Ziffer eine 1 oder 2 ist, ist die zu rundende Stelle rechts daneben (zwei signifikante Stellen der Messunsicherheit), dabei dürfen Messunsicherheiten nur abgerundet werden, wenn die gerundete Messunsicherheit max. 5% kleiner ist als die berechnete Messunsicherheit. Die Ergebniszahl und die Unsicherheit werden an der gleichen Stelle gerundet, wobei die zu rundende Stelle durch die Rundung der Unsicherheit bestimmt wird.
Außer der Messunsicherheit ΔF kann zusätzlich die maximale relative Messunsicherheit $\left(\Delta F/|F|\right)\cdot 100\%$ angegeben werden, da diese die Genauigkeit der Messung anschaulicher als ΔF ausdrückt. Dabei ist zu beachten, dass die relative Messunsicherheit eine dimensionslose Zahl ist, die man nicht unmittelbar zu F addieren darf.
Wesentlich ist eine kritische Diskussion der Ergebnisse, z. B.:
- Übereinstimmung mit den theoretisch vorausgesagten Zusammenhängen,
- mögliche Ursachen für Abweichungen,
- Maßnahmen zur Verringerung von Störeinflüssen,
- Kritik am Messverfahren und an der Apparatur,
- Vergleich verschiedener Messverfahren,
- Anteile der einzelnen Messunsicherheiten der Messgrößen am Endergebnis,
- Gründe, weshalb Teilaufgaben nicht gelöst werden konnten.

4. Bewertung des Praktikums

Jeder Versuch wird mit zwei Bewertungen versehen: 0..100 Punkte für die Leistung im schriftlichen Eingangstest und 0..100 Punkte für die Durchführung des Experiments, dessen Auswertung und die Protokollführung. Das gesamte Praktikum ist erfolgreich abgeschlossen, wenn die Summe aller Bewertungen mindestens 40% der maximal erreichbaren Punktzahl aller Versuche beträgt.
Wurde bei einem Versuch im Eingangstestat die Mindestpunktzahl von 40 Punkten nicht erreicht, kann nach Anhörung in der Sprechzeit des Physikpraktikums einmalig ein späterer Termin zur Nachholung des experimentellen Teils des Versuchs vereinbart werden.
Bleibt ein/e Studierende/r einem für ihn ausgewiesenen Praktikumstermin unbegründet fern, erfolgt eine Bewertung analog zum nicht bestandenen Eingangstest.

5. Gesundheits-, Arbeits- und Brandschutz

In den Laborräumen sind durch aufmerksames und rücksichtsvolles Verhalten Gefährdungen für Personen und Geräte zu vermeiden. Rauchen sowie die Einnahme von Speisen oder Getränken sind nicht statthaft. Die experimentellen Arbeiten sind entsprechend den vom Betreuer ausgegebenen Weisungen auszuführen. Verletzungen, Brände, Beschädigungen des Versuchsinventars u.ä.m. sind dem Betreuer unverzüglich anzuzeigen.
Exemplarisch soll auf folgende mögliche Gefahrenquellen hingewiesen werden:

Brände

Brennbare Gegenstände und Flüssigkeiten dürfen nicht in der Nähe offener Flammen oder Heizkörper abgelegt werden.
Über den Ausbruch eines Brandes sind alle in der Nähe befindlichen, gefährdeten Personen sowie die Feuerwehr umgehend zu informieren. Bis zum Eintreffen der Feuerwehr ist der Brand mit den zur Verfügung stehenden Löschmitteln (Brandschutzdecken, Feuerlöscher – alle vorhanden Feuerlöscher sind auch zur Brandbekämpfung an elektrischen Anlagen geeignet) zu bekämpfen. Fenster und Türen sind geschlossen zu halten.

Gesundheitsgefährdende Stoffe

Quecksilber: Da Quecksilberdämpfe zu Vergiftungserscheinungen führen können, sind freie Quecksilbertropfen schnellstmöglich zu beseitigen.
Ätzgifte (Säuren, Laugen, ...): Verätzungen der Haut, Schleimhäute oder Augen sind sofort mit Wasser zu spülen, anschließend muss ein Arztbesuch erfolgen.
Elektrische Anlagen, Röntgen- und Laserstrahlen, radioaktive Präparate: Diese Anlagen dürfen nur nach arbeitsplatzspezifischer Einweisung und Abnahme durch den Betreuer in Betrieb genommen werden. Jedwede eigenmächtige Veränderung oder Inbetriebnahme durch die/den Studierende/n kann zu Gefährdungen führen und ist deshalb strikt untersagt.

Sonstige Verletzungen: Verletzungen jeder Art wie z.B. Schnittwunden o.ä. sind unbedingt ärztlich behandeln zu lassen.

6. Hinweise zum Umgang mit Messunsicherheiten

6.1 Fehlerquellen und Messunsicherheiten

Das Ergebnis der Messung einer physikalischen Größe, der Messwert, ist mit einer Messunsicherheit (im allgemeinen Sprachgebrauch oft „Messfehler“ genannt) behaftet. Der Messwert bzw. der aus mehreren Messwerten berechnete Wert ist erst dann voll aussagekräftig, wenn die dazugehörige Messunsicherheit bekannt ist.
Um Messfehler und Messunsicherheiten finden und beeinflussen zu können, müssen ihre Ursachen bekannt sein. Nach diesen Ursachen unterscheidet man zwischen groben Messfehlern und systematischen und zufälligen Messunsicherheiten.
Grobe Messfehlerfehler beruhen auf Irrtümern, falschen oder nachlässigen Ablesungen, auf einem ungeeigneten Mess- oder Auswerteverfahren oder auf starken äußeren Störeinflüssen. Grobe Messfehler lassen sich vermeiden und führen zu einer Wiederholung der Messung unter Ausschluss der o.g. Einflüsse.
Diese Messfehler und die Wiederholung der entsprechenden Messung sind im Protokoll zu kennzeichnen.
Systematische Messunsicherheiten entstehen durch

- Unvollkommenheit der verwendeten Messgeräte und Messverfahren (Auflösungsgrenze),
- Unvollkommenheit des Messgegenstandes (z.B. Inhomogenitäten),
- persönliche Einflüsse des Beobachters und der Umgebung, die messtechnisch oder rechnerisch erfasst werden können.

Systematische Messunsicherheiten haben ein bestimmtes Vorzeichen und einen bestimmten Betrag. Sie treten bei jeder Wiederholung der Messung in der gleichen Weise wieder auf. Daher können systematische Messunsicherheiten im Prinzip korrigiert werden.
Zufällige Messunsicherheiten haben eine Vielzahl von Ursachen und sind ihrem Charakter nach völlig unregelmäßig. Sie beruhen auf

- messtechnisch und rechnerisch nicht zu erfassenden und nicht zu beeinflussenden Änderungen der Messanordnung, der Messgeräte und des Messgegenstandes,
- der begrenzten Schärfe der menschlichen Sinne,
- unkontrollierbaren Veränderungen der Umwelt.

Die zufälligen Messunsicherheiten schwanken regellos nach Betrag und Vorzeichen. So wird beispielsweise eine Strecke bald zu kurz, bald zu lang gemessen, weil man den Nullstrich des Maßstabes und den Anfang der zu

messenden Strecke nie exakt zur Deckung bringen kann und weil beim Schätzen der Zwischenwerte am Ende der Strecke Unsicherheiten entstehen.
Um ein zuverlässiges Resultat zu erhalten, ist die Messung möglichst oft zu wiederholen. Aus den zufällig streuenden Messwerten kann man mit Hilfe statistischer Betrachtungen geeignete Schätzwerte für die Messgröße und ihre Messunsicherheit gewinnen. Dabei werden allerdings nur die zufälligen Messunsicherheiten erfasst. Die systematischen Messunsicherheiten müssen gesondert betrachtet werden. Durch Zusammenfassen der zufälligen und der maximal möglichen systematischen Messunsicherheiten erhält man die **Messunsicherheit** des Messwertes.

6.2. Statistische Analyse von Messunsicherheiten

Eine physikalische Größe werde n-mal gemessen. Die Messwerte seien $x_1, x_2,...,x_n$. Man erhält einen guten Überblick über die Messwerte, wenn man die Häufigkeit gewonnener Einzelwerte als Funktion der gemessenen Größe grafisch darstellt. Dazu teilt man den Wertebereich der gemessenen Größe in eine geeignete Anzahl Intervalle $A_1,...,A_r$ ($r \approx \sqrt{n}$) und ermittelt die Anzahl $h_1, h_2,...,h_r$ der Messwerte, die innerhalb der Intervalle A_k $(k = 1, 2,...,r)$ anzutreffen sind. Trägt man die h_k jeweils über der Mitte des zugehörigen A_k auf und verbindet diese Punkte, so erhält man ein **Häufigkeitspolygon**. Wird die Anzahl der Messungen erhöht und die Intervallteilung verfeinert, so nähert sich das Häufigkeitspolygon immer besser einer Kurve an, die durch die Formel

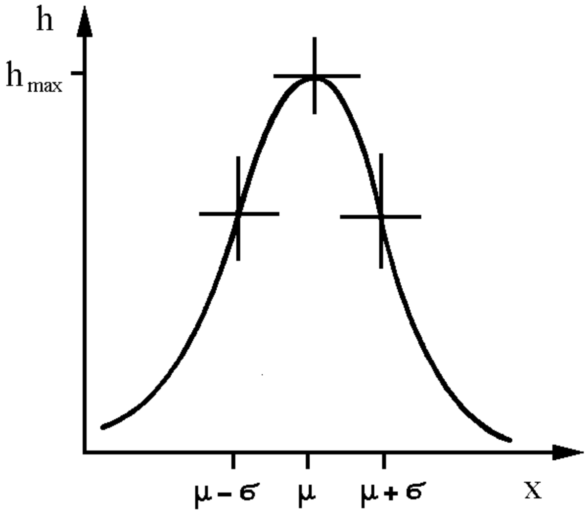

Abb. 1 Normalverteilung

$$h(x) = h_{\max} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \qquad (1)$$

mit $h_{\max} = \frac{n}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma}$ beschrieben werden kann. Vorausgesetzt wird hierbei, dass die Messwerte rein zufällig streuen. Die Kurve (1) für unendlich viele Messungen heißt **Normalverteilung** (s. Abb. 1). Sie wird durch den Zentralwert μ und die Standardabweichung σ gekennzeichnet.
In Abb. 1 sieht man, dass sich die meisten Messwerte dicht um den Zahlenwert μ scharen.
Für $x = \mu$ erreicht die Funktion (1) ihr Maximum. Wenn keine systematischen Messunsicherheiten vorliegen, entspricht μ dem wahren Wert. Man kann die Messung einer physikalischen Größe jedoch nicht beliebig oft wiederholen, sollte

aber eine Anzahl wählen, so dass die Häufigkeitsverteilung wenigstens in guter Näherung eine Normalverteilung zeigt. Eine statistische Betrachtung der Messreihe liefert jedoch auch für diesen Fall brauchbare Schätzwerte für die Parameter der Normalverteilung.

Der **Mittelwert** wird mit

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (2)$$

berechnet. Das ist das arithmetische Mittel aller Messwerte.

Die Abweichung des Messwertes x_i vom Mittelwert $\bar{x}$ wird oft als **scheinbare Abweichung der Einzelmessung** bezeichnet:

$$v_i = x_i - \bar{x}, \qquad i = 1,2,3,\ldots,n \ . \qquad (3)$$

Das arithmetische Mittel hat zwei wichtige Eigenschaften, die sich mit Hilfe der scheinbaren Messunsicherheit ausdrücken lassen:

1. Die Summe der scheinbaren Abweichungen der Einzelmessung verschwindet:

$$\sum_{i=1}^{n} v_i = 0 \ .$$

2. Die Summe der Quadrate der scheinbaren Abweichungen der Einzelmessung ist ein Minimum:

$$\sum_{i=1}^{n} v_i^2 = Min.$$

Nun kann man überprüfen, ob die gemessenen Werte einer Normalverteilung unterliegen. Dazu werden die zu den Mitten der Intervalle A_k gehörenden v_k ermittelt. Stellt man dann die natürlichen Logarithmen der h_k als Funktion der v_k^2 dar, so ergibt sich im Falle einer Normalverteilung eine Gerade. Aus ihrem Anstieg lässt sich σ bestimmen. Aus (1) folgt

$$\ln h(x) = \ln h_{\max} - \frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2} \ .$$

In den angegebenen Koordinaten ist das die Gleichung einer Geraden mit dem Anstieg

$$m = -1/\left(2\sigma^2\right),$$

also

$$\sigma = 1/\sqrt{-2m} \qquad (m \prec 0) \ .$$

Zur Beurteilung der Güte eines Messverfahrens benötigt man ein Maß für die Streuung der einzelnen Messwerte. Dabei ist jedes Streumaß eine willkürliche Vereinbarung. Hat man eine so große Anzahl von Messwerten, dass bereits eine Verteilung nach Formel (1) erreicht wird, so benutzt man als Streumaß den Abszissenabstand der Wendepunkte der Kurve vom Zentralwert μ. Dieser Abstand heißt **Standardabweichung** (der einzelnen Messung) und ergibt sich aus (1) zu σ. Die Standardabweichung ist eine durch die jeweiligen Messbedingungen festgelegte positive Größe und stellt ein Maß für die Breite der Häufigkeitsverteilung dar. Aus (1) kann man weiterhin entnehmen, wieviel

Prozent aller Messwerte zwischen einer unteren und einer oberen Schranke liegen:

$$\begin{array}{lll} \mu-\sigma \quad \ldots \quad \mu+\sigma & \approx 68\% & , \\ \mu-2\sigma \quad \ldots \quad \mu+2\sigma & \approx 95\% & , \\ \mu-3\sigma \quad \ldots \quad \mu+3\sigma & \approx 99{,}7\% & . \end{array} \qquad (4)$$

Einen erwartungstreuen Schätzwert für die Standardabweichung erhält man mit

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} v_i^2} \quad . \qquad (5)$$

Die Abweichungen vom Mittelwert gehen hierbei also nicht mit gleichem Gewicht ein, sondern große Abweichungen tragen stärker bei als kleine. Auf diese Weise wird eine Messreihe mit stark streuenden Messwerten deutlich als unzuverlässig gekennzeichnet, da hier der Schätzwert s der Standardabweichung sehr groß ist.
Wächst die Zahl der Messwerte bei gleichbleibenden Messbedingungen, so strebt s gegen einen Grenzwert, die Standardabweichung σ. Die Größe s stellt dabei bereits von n = 10 Messwerten an eine brauchbare Näherung für σ dar. Damit wird s zu einer für die jeweiligen Messbedingungen charakteristischen Schwankung.
Ist die Zahl der Messwerte hinreichend groß (n > 100), so können in (4) in guter Näherung μ durch $\bar{x}$ und σ durch s ersetzt werden.

In vielen Fällen wird die gesuchte Größe und ihre Messunsicherheit nicht direkt gemessen, sondern aus Messwerten anderer Größen *x, y,...* mittels einer gegebenen Funktion *F(x, y,...)* berechnet. Die zu *x, y,...* gehörenden Werte von s_x, s_y,... seien bekannt. Dann erhält man einen Näherungswert für die Standardabweichung des Funktionswertes nach dem sogenannten **Fehlerfortpflanzungsgesetz**

$$s_F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x} s_x\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y} s_y\right)^2 + \ldots} \quad . \qquad (6)$$

Vorausgesetzt wird hierbei, dass
- bei den Messungen *(x, y,...)* nur zufällige Messunsicherheiten auftreten,
- die Größen *x, y,...* voneinander unabhängig sind und
- die Werte s_x, s_y,... klein gegen die Messwerte *x, y,...* sind.

Die Rechenvorschrift (6) gilt um so besser, je größer die Anzahl der Messwerte *x, y,...* ist, liefert aber bereits bei ungefähr je 10 Messwerten brauchbare Ergebnisse.

Der Mittelwert $\bar{x}$ stellt einen Näherungswert für den wahren Wert dar. Nach der Theorie der zufälligen Messunsicherheiten ist es möglich, zwei Grenzen unterhalb und oberhalb des gefundenen Mittelwertes anzugeben, innerhalb deren sich (bei Abwesenheit systematischer Messunsicherheiten) der wahre Wert mit einer gewissen **statistischen Sicherheit** befindet. Zur Bestimmung dieser Grenzen betrachtet man $\bar{x}$ als Funktion der einzelnen Messwerte $x_1, x_2,...,x_n$. Jeder dieser n Messwerte ist mit der mittleren Unsicherheit s behaftet. Die **Standardabweichung des Mittelwertes** ergibt sich danach unter Anwendung von (5) und (6) zu

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n} v_i^2} \qquad (7)$$

Den Bereich $\bar{x} \pm t \cdot s/\sqrt{n}$ nennt man den **Vertrauensbereich** des Mittelwertes. Der Wert der Zahl t hängt ab von der statistischen Sicherheit, mit der der wahre Wert zwischen der **unteren Vertrauensgrenze** $\bar{x} - t \cdot s/\sqrt{n}$ und der **oberen Vertrauensgrenze** $\bar{x} + t \cdot s/\sqrt{n}$ liegen soll, sowie von der Anzahl der Messwerte. Für eine große Zahl von Messwerten wird t weitgehend unabhängig von n. Es ergeben sich dann folgende Bereiche:

Statistische Sicherheit	t	Vertrauensbereich	untere Vertrauensgrenze	obere Vertrauensgrenze
68 %	1	$\bar{x} \pm s/\sqrt{n}$	$\bar{x} - s/\sqrt{n}$	$\bar{x} + s/\sqrt{n}$
95 %	2	$\bar{x} \pm 2s/\sqrt{n}$	$\bar{x} - 2s/\sqrt{n}$	$\bar{x} + 2s/\sqrt{n}$
99,7 %	3	$\bar{x} \pm 3s/\sqrt{n}$	$\bar{x} - 3s/\sqrt{n}$	$\bar{x} + 3s/\sqrt{n}$

Aus (7) folgt, dass die Breite des Vertrauensbereichs bei vorgegebener statistischer Sicherheit mit steigender Anzahl der Messwerte immer kleiner wird und gegen Null strebt.

6.3. Messunsicherheit der Messgröße und des Endergebnisses

Die systematischen Messunsicherheiten werden durch die statistische Betrachtung nicht erfasst und erfordern daher eine zusätzliche Untersuchung. Falls sie messtechnisch oder rechnerisch nicht zu ermitteln und durch Korrektur des Messergebnisses nicht auszuschalten sind, ist es üblich eine obere Grenze für die systematischen Messunsicherheiten abzuschätzen. Den Zahlenwert für diese obere Schranke gewinnt man unter Berücksichtigung der Versuchsbedingungen durch Addition der maximal möglichen Beträge der

- vorgegebenen oder abgeschätzten Vertrauensbereiche bzw. Garantiefehlergrenzen der Messgeräte und Messanordnung,
- abgeschätzten Einflüsse des verwendeten, unvollkommenen Messverfahrens,
- abgeschätzten Auswirkungen von Einflüssen des Beobachters und der Umgebung,
- Ungenauigkeiten der zur Auswertung benutzten Formeln (Näherungslösungen).

Für die Messunsicherheiten der Messgeräte nimmt man die in einem Standard geforderten und vom Hersteller des Gerätes garantierten Grenzen, innerhalb derer sich die Abweichung des Messwertes vom Sollwert bewegen muss. Die

Messunsicherheit Δx des Mittelwertes $\bar{x}$ erhält man, indem man zu dem in der beschriebenen Weise abgeschätzten Betrag Δx_{syst} der maximal möglichen systematischen Messunsicherheit den Betrag Δx_{zuf} der möglichen zufälligen Messunsicherheit addiert:

$$\Delta x = x_{syst} + \Delta x_{zuf} \quad . \tag{8}$$

Liegen so wenige Messwerte vor, dass eine statistische Betrachtung nicht sinnvoll ist, muss man die mögliche zufällige Messunsicherheit geeignet abschätzen. Man verwendet dazu als Anhaltspunkt die Streuung der Messwerte (falls mehrere vorliegen) oder prüft, welche Messwerte man im ungünstigsten Fall noch hätte registrieren können. Wurde jedoch eine statistische Betrachtung der Messunsicherheiten durchgeführt, so verwendet man für die zufälligen Messunsicherheiten einen Vertrauensbereich hoher statistischer Sicherheit. **Im Physikalischen Praktikum ist eine statistische Sicherheit von 95 % zu benutzen!**

Damit ergibt sich für die Messunsicherheit

$$\Delta x = \Delta x_{syst} + 2s/\sqrt{n} \tag{9}$$

Die Messunsicherheit lässt sich demnach durch eine Vergrößerung der Zahl der Messungen verkleinern, jedoch nur bis zu einer durch die systematische Messunsicherheit gesetzten Grenze. In der Praxis ist es meist sinnvoll, die Zahl der Messwerte so groß zu wählen, dass die beiden Summanden in (9) ungefähr gleich groß werden.

Im allgemeinen hängt die gesuchte physikalische Größe *F* von mehreren gemessenen Größen *x*, *y*,... ab. Die zugehörigen Messunsicherheiten $\Delta x, \Delta y, ...$ seien bekannt. Zu berechnen ist die obere Grenze der Unsicherheit ΔF der Größe F.

Dazu entwickelt man F in eine Taylor-Reihe, die man nach den linearen Gliedern abbricht:

$$F(x \pm \Delta x, y \pm \Delta y, ...) = F(x, y, ...) \pm \frac{\partial F}{\partial x}\Delta x \pm \frac{\partial F}{\partial y}\Delta y \pm ... \quad .$$

Diese Näherung ist natürlich nur dann zulässig, wenn die Messunsicherheiten der gemessenen Größen nicht zu groß sind (relative Messunsicherheiten kleiner 10%).

Da hier die maximale Messunsicherheit von *F* gesucht ist, muss man die Beträge aller Summanden bilden und diese addieren. Voraussetzung ist, dass die Unsicherheiten $\Delta x, \Delta y, ...$ voneinander unabhängig sind (Andernfalls würde eine mögliche Kompensation von Unsicherheiten im Zuge der Auswertung auf diese Art verloren gehen, der Unsicherheit wäre zu groß berechnet.). Man erreicht dies, indem man für *x*, *y*,... nur die unmittelbar gemessenen Größen verwendet.

$$\Delta F = \left|\frac{\partial F}{\partial x}\Delta x\right| + \left|\frac{\partial F}{\partial y}\Delta y\right| + ... \tag{10}$$

Um diesen Wert ΔF kann das für F errechnete Resultat also vom wahren Wert abweichen. Die gleiche Formel (10) erhält man übrigens auch, wenn man im totalen Differential

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial y}dy + ...$$

der Funktion F die Differentiale dx, dy,... durch die Messunsicherheiten $\Delta x, \Delta y,...$ ersetzt, die Beträge aller Summanden bildet und diese addiert. Aus der maximalen Messunsicherheit ΔF kann man dann die maximale relative Messunsicherheit der zu bestimmenden Größe *F* berechnen.
Treten die gemessenen Größen *x, y,...* in der Funktion F speziell in der Form eines Produktes auf, z.B.

$$F = A \cdot x^a \cdot y^b \cdot ... \qquad (11)$$

(*A, a, b,...* konstant), so kommt man mit Hilfe der sog. logarithmischen Differentiation schneller zur relativen Messunsicherheit. Man bildet dabei zunächst den natürlichen Logarithmus von *F*:

$$\ln F = \ln A + a \cdot \ln x + b \cdot \ln y + ...$$

und berechnet dann das totale Differential dieses Ausdrucks:

$$\frac{dF}{F} = a\frac{dx}{x} + b\frac{dy}{y} + ... \quad .$$

Nun ersetzt man die Differentiale durch die entsprechenden Messunsicherheiten und bildet die Beträge der einzelnen Summanden:

$$\left|\frac{\Delta F}{F}\right| = \left|a\frac{\Delta x}{x}\right| + \left|b\frac{\Delta y}{y}\right| + ... \quad . \qquad (12)$$

(Der formal exakte Weg geht auch hier über die Taylor-Entwicklung. Dabei dürfen wiederum bereits die quadratischen Glieder vernachlässigt werden, wenn die relativen Messunsicherheiten unter etwa 10% liegen.)
Falls die relativen Messunsicherheiten 10% übersteigen, sind die hier beschriebenen Verfahren unbrauchbar. Man muss dann die Grenzwerte von *F* berechnen. Dazu sind entweder die Messwerte *x, y,...* derart um ihre Messunsicherheiten *dx, dy,...* zu vermehren bzw. zu verringern, dass man bei der Berechnung der Funktion *F* den kleinstmöglichen bzw. den größtmöglichen Wert von *F* erhält, oder es sind weitere Glieder der Taylor-Entwicklung zu berücksichtigen. Die Grenzen liegen i.a. nicht mehr symmetrisch zu *F(x, y,...)*, wie es bei kleinen Unsicherheiten der Fall ist.

6.4. Beispiele

Messung des elektrischen Widerstandes

Gemessen werden Spannung U und Stromstärke I . Der Widerstand R wird nach dem Ohmschen Gesetz errechnet:

$$R = U/I \quad .$$

Die Messunsicherheiten ΔU und ΔI seien bekannt. Gesucht ist der relative Messunsicherheit von R:

1. Totales Differential

$$\Delta R = \left|\frac{\partial R}{\partial U}\Delta U\right| + \left|\frac{\partial R}{\partial I}\Delta I\right| = \left|\frac{\Delta U}{I}\right| + \left|\frac{U \cdot \Delta I}{I^2}\right| \quad .$$

Division durch $R = U/I$ ergibt

$$\left|\frac{\Delta R}{R}\right| = \left|\frac{\Delta U}{U}\right| + \left|\frac{\Delta I}{I}\right| \quad . \qquad (13)$$

2. Logarithmische Differentiation

$$\frac{dR}{R} = \frac{dU}{U} - \frac{dI}{I} \quad .$$

Verwendet man statt der Differentiale die Messunsicherheiten und bildet die Beträge, so ergibt sich sofort die Gleichung (13). Über die logarithmische Differentiation gelangt man also hier schneller zur relativen Messunsicherheit als über das totale Differential.

<u>Messung der Brennweite</u>

Die Brennweite einer dünnen Linse kann berechnet werden, wenn für eine optische Abbildung mit dieser Linse Gegenstandsweite a und Bildweite a' bekannt sind.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} \quad .$$

a und a' sind jedoch nicht unabhängig voneinander, sie werden aus den Messungen von Dingort l_1, Linsenort l_2 und Bildort l_3 bestimmt.

$$a = l_2 - l_1 \qquad\qquad a' = l_3 - l_2 \quad .$$

1. Totales Differential

Für die Rechnung ist es günstig, zunächst das totale Differential zu bilden und erst anschließend den Zusammenhang zwischen a und a' zu berücksichtigen:

$$-\frac{df}{f^2} = -\frac{da}{a^2} - \frac{da'^2}{a'^2} \quad .$$

Setzen wir ein $da = dl_2 - dl_1$ und $da' = dl_3 - dl_2$, so ergibt sich nach dem Ordnen nach den dl_i, dem Ersetzen der Differentiale dl_i durch die Messunsicherheiten Δl_i, Multiplikation der Gleichung mit f, Umformen des mittleren Summanden und Addition der Beträge

$$\left|\frac{\Delta f}{f}\right| = \left|\frac{f}{a^2}\Delta l_1\right| + \left|\frac{a-a'}{aa'}\Delta l_2\right| + \left|\frac{f}{a'^2}\Delta l_3\right| \qquad (14)$$

Für Abbildungen mit $a \approx a'$ wirkt sich demnach die Messungenauigkeit von l_2 kaum auf f aus.

2. Logarithmische Differentiation

Aus der Abbildungsgleichung erhalten wir durch Umformen und Einsetzen der direkt gemessenen Größen

$$f = \frac{a \cdot a'}{a + a'} = \frac{(l_2 - l_1) \cdot (l_3 - l_2)}{l_3 - l_1} \quad .$$

Durch logarithmisches Differenzieren erhält man daraus

$$\frac{df}{f} = \frac{d(l_2 - l_1)}{l_2 - l_1} + \frac{d(l_3 - l_2)}{l_3 - l_2} - \frac{d(l_3 - l_1)}{l_3 - l_1} \quad . \qquad (15)$$

Jetzt darf man noch keine Betragsstriche setzen! Vorher muss unbedingt nach den Differentialen der unmittelbar gemessenen Größen geordnet werden:

$$\frac{df}{f} = \left(-\frac{1}{l_2 - l_1} + \frac{1}{l_3 - l_1} \right) dl_1 + \left(\frac{1}{l_2 - l_1} - \frac{1}{l_3 - l_2} \right) dl_2 + \left(\frac{1}{l_3 - l_2} - \frac{1}{l_3 - l_1} \right) dl_3 \quad .$$

Ersetzt man nun die Differentiale durch die Messunsicherheiten, bildet man die Beträge der Summanden und führt wieder a , a' und f ein, so gelangt man zur Beziehung (14). In der Mehrzahl der Fälle gelangt man über das logarithmische Differenzieren schneller zur gesuchten Messunsicherheit. Insbesondere ist die Zahlenrechnung dabei meist einfacher und übersichtlicher als beim Auswerten des totalen Differentials.

6.5. Grafische Darstellungen

Häufig entsteht die Aufgabe, Messergebnisse in Kurvenform anzugeben. Man geht dabei so vor, dass man für eine Reihe geeigneter Werte x_k die Anzeige F_k eines Messgerätes ermittelt und diese Zuordnung in einem Diagramm grafisch darstellt.
Die Werte x_k besitzen eine bestimmte Messunsicherheit Δx_k . Unabhängig davon entsteht beim Messen der Werte F_k (z.B. beim Ablesen auf einer Skale) die Messunsicherheit ΔF_k . Diese Messungenauigkeiten Δx_k und ΔF_k sind entsprechend den im Abschnitt 4.3. gegebenen Richtlinien abzuschätzen und an den zugehörigen Messpunkten (x_k, F_k) beiderseitig anzutragen. Die dadurch festgelegte kleine Fläche bestimmt die Größe des Streubereichs, dessen Begrenzungen man beiderseits der Schaulinie einzuzeichnen hat.
Die ermittelte Kurve kann speziell die Kalibrierungskurve eines Messgerätes sein (Beispiel: Die Skalenteile F_k eines unkalibrierten Strommessers werden als Funktion vorgegebener Werte x_k der Stromstärke gemessen.). Benutzt man ein auf diese Weise kalibriertes Gerät für eine Messung, so erhält man umgekehrt aus der abgelesenen Größe F_m (im obigen Beispiel: Skalenteile) mit Hilfe der Kalibrierungskurve den gesuchten Wert x_m (im Beispiel: Stromstärke). Die Maximale Unsicherheit Δx_m der Größe x_m ergibt sich hier, indem man die zu schätzende Messunsicherheit ΔF_m der Größe F_m auf der Ordinate bei F_m abträgt und die so gefundenen Werte $F_m \pm \Delta F_m$ derart an den beiden Begrenzungskurven des Streubereichs spiegelt, dass sich ein maximaler Wert für Δx_m ergibt. Dieses Vorgehen entspricht einer Addition der Beträge der von Kalibrierung und Messung herrührenden Unsicherheiten (vgl. Abb. 2) .

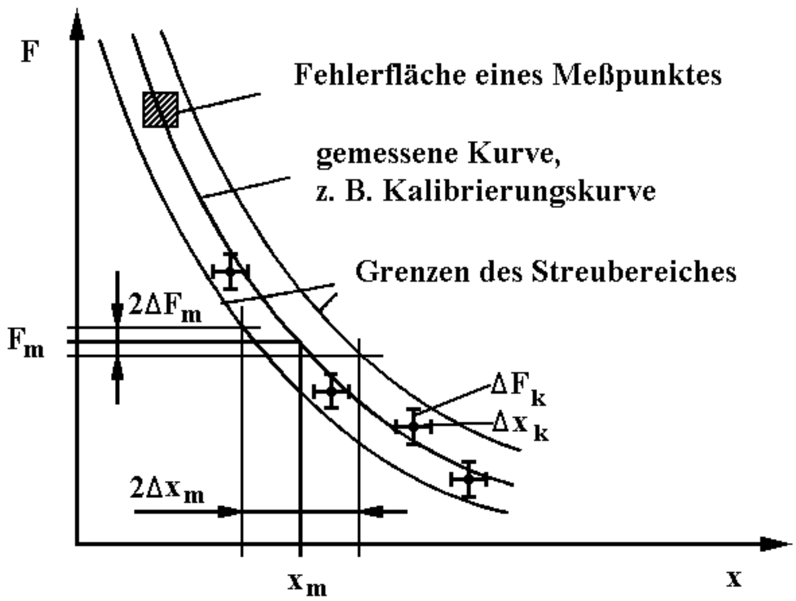

Abb. 2
Streubereich

6.6. Ausgleichsgerade

Besteht zwischen den Messgrößen x und y eine lineare Beziehung $y = ax + b$, so kann diese aus einer grafischen Darstellung der n experimentell ermittelten Wertepaare (x_i, y_i) ermittelt werden (s. Abb. 3). Die Konstanten a und b werden als Anstieg bzw. Ordinatenschnittpunkt einer zeichnerisch festgelegten Ausgleichsgeraden bestimmt, die die streuenden Messwerte optimal widerspiegelt (Methode der kleinsten „Fehlerquadrate" in y). Um eine möglichst hohe Genauigkeit zu erreichen, sind die Wertebereiche für y (bzw. x) im Experiment so weit wie möglich auszudehnen.

Die Unsicherheiten Δa und Δb können aus zwei die Unsicherheitsbereiche einhüllenden Geraden maximalen und minimalen Anstiegs, welche die „Fehlerkreuze" am größten und kleinsten Messpunkt tangieren, abgeschätzt werden (s. Abb. 4). Diese Grenzgeraden schneiden die Funktion $y = ax + b$ im Punkt $P(x,y)$, wobei x und y die sich aus allen Messwerten ergebenden Mittelwerte sind. Die Differenzen zwischen Maximal- und Minimalwert von a bzw. b können als zufällige Messunsicherheiten $2\Delta a$ bzw. $2\Delta b$ interpretiert werden.

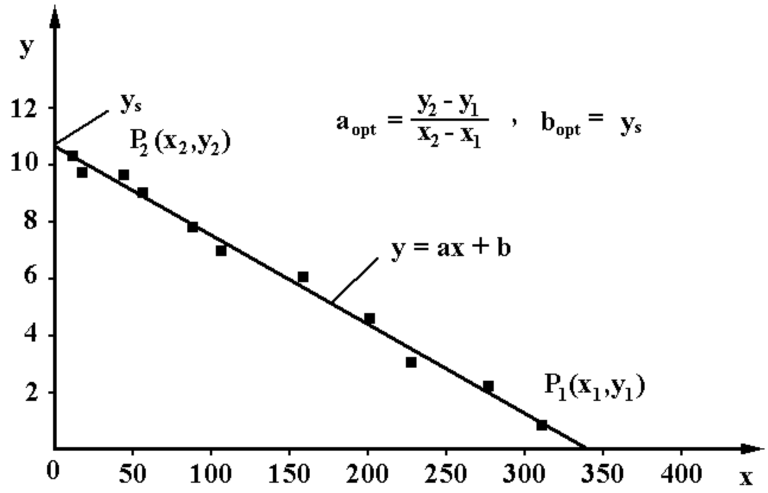

Abb. 3
Ausgleichs-
gerade

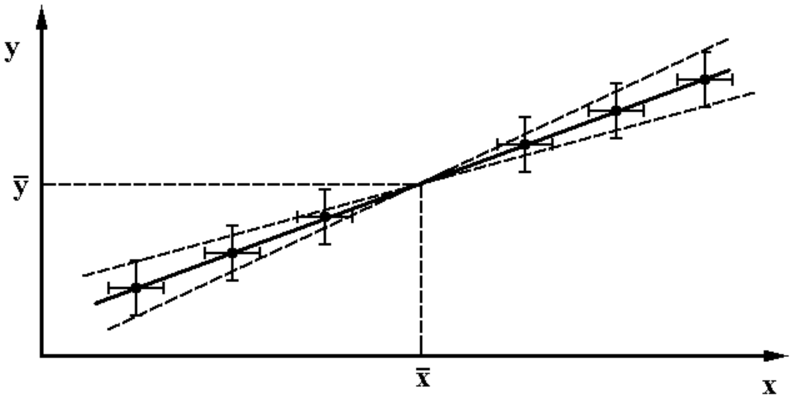

Abb. 4
Hüllkurven

6.7. Angabe des Resultats – Beispiel

Längenmessung mit Bankmaßstab (50 Einzelmessungen)
Ergebnis der Messreihe: $L = 274{,}34mm$, $s_L = 0{,}064mm$
Die systematische Messunsicherheit des Bankmaßstabes ist unbekannt. Sie wird aus den Garantiefehlergrenzen im Abschnitt 6. entnommen.

$$\Delta L_{syst} = 0{,}20mm + 5\cdot 10^{-4}\cdot 274mm = 0{,}34mm$$

$$\Delta L = \Delta L_{syst} + 2s_L = 0{,}47mm$$

Zusammenstellung:

$$L = (274{,}3 \pm 0{,}5)mm, \quad \frac{\Delta L}{L} = 0{,}2\%$$

(falsch wäre $L = 274{,}3mm \pm 0{,}2\%$!)

Anhang: Angaben zu systematischen Messunsicherheiten ausgewählter Meßgeräte

Längenmaße mit Teilung

l = gemessene Länge, Δl = Betrag der Unsicherheit

Stahlmaßstäbe:	$\Delta l = 50\ \mu\mathrm{m} + 5 \times l \times 10^{-5}$
Bankmaßstäbe, Schulmaßstäbe:	$\Delta l = 200\,\mu\mathrm{m} + 5 \times l \times 10^{-4}$
Büromaßstäbe:	$\Delta l = 200\,\mu\mathrm{m} + 1 \times l \times 10^{-3}$

Messschieber

l = gemessene Länge, $\Delta l = 50\,\mu\mathrm{m} + 5 \times l \times 10^{-4}$

Digitaler Messschieber

Messbereich $l = 0 \ldots 200\,\mathrm{mm}$	$\Delta l = 0,03\,\mathrm{mm}$
Messbereich $l > 200\,\mathrm{mm}$	$\Delta l = 0,04\,\mathrm{mm}$

Messuhren

Tabelle enthält Gesamtunsicherheit für Längendifferenzen Δl in $\mu\mathrm{m}$

Messbereich	0 mm . . . 3 mm	0 mm . . . 10 mm	0 mm . . . 25 mm
Genauigkeitsgrad I	10	15	22
Genauigkeitsgrad II	15	25	40

Massstabprüfokulare

Messunsicherheit für Längendifferenzen: $\Delta l = 20\,\mu\mathrm{m}$

Massstabmessplatten

Messunsicherheit für Längendifferenzen: $\Delta l = 2\,\mu\mathrm{m}$

Winkelmesser

Skalenwert = 1°, $x = \alpha \times \pi / 180°$ = gemessener Winkel (Bogenmaß), $\Delta\alpha$ = Messunsicherheit

Durchmesser: 100 mm	$\Delta\alpha = 10' + \ 0,1' \times \alpha/1°$
Durchmesser: 150 mm, 200 mm	$\Delta\alpha = 10' + 0,05' \times \alpha/1°$

Messzylinder

Nicht eichfähig. V_N = Nenninhalt

V_N/ ml	10	25	50	100	250	500	1000	2000
ΔV/ ml	0,1	0,5	0,5	1	2	5	10	20

Pyknometer

V_i= angegebener Istinhalt, V_N = Nenninhalt

Genauigkeitsklasse A (amtlich geeicht)

V_i/ ml	bis 10	über 10 bis 50	über 50
ΔV/ ml	0,001	0,002	0,003

Genauigkeitsklasse B

V_N/ ml	1	5	10	25	50
ΔV/ ml	0,003	0,003	0,005	0,010	0,020

Stoppuhren

t = gemessene Zeit

Halbschwingungsdauer	Dauer eines Zeigerumlaufs	Δt
$0,1\,\mathrm{s}$	$30\,\mathrm{s}$	$0,2\,\mathrm{s} + 5 \times t \times 10^{-4}$
$0,2\,\mathrm{s}$	$60\,\mathrm{s}$	$0,4\,\mathrm{s} + 5 \times t \times 10^{-4}$

Digitale Stoppuhren

Wird vom Hersteller keine Unsicherheit angegeben: $\Delta t = 0,01\,\mathrm{s} = 1\,\mathrm{Digit}$

Feinwaagen

Einfache, gleicharmige Balkenwaagen mit Einspielungslage:

E = Empfindlichkeit, m = gemessene Masse, m_m = Höchstbelastung

Δm ist gleich dem jeweils größten der drei Ausdrücke $\Delta_1 m$, $\Delta_2 m$, $\Delta_3 m$:

$\Delta m = \mathrm{Max}\,(\Delta_1 m, \Delta_2 m, \Delta_3 m)$

für alle Belastungen gilt $\Delta_1 m = 1\,\mathrm{Skt}/E$

$$\text{für } m_\mathrm{m} = \begin{cases} 0\,\mathrm{kg} \ldots 0,5\,\mathrm{kg} \\ 0,5\,\mathrm{kg} \ldots 1\,\mathrm{kg} \\ 1\,\mathrm{kg} \ldots 25\,\mathrm{kg} \end{cases} \quad \text{gilt } \Delta_2 m = \begin{cases} 4 \times m_\mathrm{m} \times 10^{-6} \\ 2\,\mathrm{mg} \\ 2 \times m_\mathrm{m} \times 10^{-6} \end{cases}$$

$$\text{für } m = \begin{cases} 0\,\mathrm{g} \ldots 100\,\mathrm{g} \\ 100\,\mathrm{g} \ldots 200\mathrm{g} \\ 200\,\mathrm{g} \ldots 5000\,\mathrm{g} \end{cases} \quad \text{gilt } \Delta_3 m = \begin{cases} 2 \times m \times 10^{-5} \\ 2\,\mathrm{mg} \\ 1 \times m \times 10^{-5} \end{cases}$$

Wägestücke

Tabelle enthält Messunsicherheiten Δm in mg

Nennmasse	2 kg	1 kg	500 g	200 g	100 g	50 g	20 g
Handelsgewichtstücke	1200	800	500	200	120	100	60
Feingewichtstücke Klasse F	-	7,50	3,00	1,50	0,75	0,45	0,30

Nennmasse	10 g + 5 g	2 g + 1 g
Handelsgewichtstücke	40	40
Feingewichtstücke Klasse F	0,23	0,15

Nennmasse	500 mg ... 100 mg	50 mg ... 20 mg	10 mg ... 0,5 mg
Handelsgewichtstücke	-	-	-
Feingewichtstücke Klasse F	0,075	0,045	0,030

Feingewichtstücke von 0,5 mg bis 500 mg werden als Plättchen ausgeführt:

Form A (ohne Angabe des Massewertes und der Maßeinheit)

Sollwert der Masse in mg	Gestalt (eine Kante aufgebogen)
1 10 100	gleichseitiges Dreieck
2 20 200	Quadrat
0,5 5 50 500	regelmäßiges Sechseck

Sollwert der Masse in mg	Gestalt
0,5 bis 5	Rechteck mit abgeschrägten Ecken und aufgebogener Schmalkante
10 bis 500	Rechteck mit abgeschrägten Ecken und aufgebogener Ecke

Feinwaage Mettler (digital)

Typ	AE 260 DeltaRange	PM 3000
Ablesbarkeit	1 mg	0,1 g
Wägebereich	0 g ... 205 g	0 g ... 3100 g
Tarierbereich (subtraktiv)	0 g ... 205 g	0 g ... 3100 g
Standardabweichung	0,5 mg	0,03 g
Linearität	± 1 mg	± 0,1 g

Manometer mit elastischem Messglied

$$\text{Verkehrsfehlergrenzen} = \frac{(\text{Skalenendwert}) \times (\text{Klasse})}{100}$$

Laborthermometer

Tabelle enthält $\Delta\theta$ in K, θ = gemessene Temperatur

Skalenwert / K	1	0,5	0,2	0,1
$\theta = -5°\text{C} \ldots 60°\text{C}$	0,7	0,5	0,2	0,15
$\theta = 60°\text{C} \ldots 110°\text{C}$	1	-	0,3	0,25
$\theta = 110°\text{C} \ldots 210°\text{C}$	1,5	1,0	0,5	-
$\theta = 210°\text{C} \ldots 310°\text{C}$	2,0	1,5	-	-
$\theta = 310°\text{C} \ldots 400°\text{C}$	2,5	-	-	-

Kalorimeterthermometer

$\Delta T = 0,02\,\text{K}$

Elektrische Messgeräte

Angabe der Genauigkeitsklasse (zulässige Messunsicherheit in Prozenten des Messbereichendwertes) auf dem Skalenträger.

Beispiel: Ein Strommesser der Genauigkeitsklasse 1,5 mit 400 mA Vollausschlag besitzt unabhängig von der Höhe der gemessenen Stromstärke eine, unter anderem durch die Herstellung bedingte, maximale Unsicherheit der Anzeige von $1,5 \times 10^{-2} \times 400\,\text{mA} = 6\,\text{mA}$. Hinzu tritt noch der Ableseunsicherheit!

Liegt der Skalennullpunkt innerhalb der Skale, so gilt als Messbereichendwert die Summe beider Skalenendwerte.

Ist das Zeichen für die Genauigkeitsklasse in einem Kreis angegeben, so ist der Anzeigefehler auf den Sollwert bezogen (Frequenzmesser mit Vibrationszungen). Außerdem kann durch Einflussgrößen, z.B. Temperatur, Frequenz, Fremdfelder und Lage, die Anzeige des Messinstrumentes verändert werden.

Beispiel: Ist auf dem Skalenträger nichts anderes festgelegt, dann kann eine Abweichung um 50 von der Nennlage zu einer zusätzlichen Messunsicherheit von der Größe der oben angegebenen zulässigen Messunsicherheit führen (ebenso eine Abweichung von der normalen Nenntemperatur von 20°C um 10 K).

Digital - Multimeter

Ältere Multimeter: gemessene Größen: U, I, R

Betriebsart	Messbereich	Genauigkeit		
		HGL 2000 N	M 3610 B	91
Gleichspannung	200 mV ... 200 V	$\pm 0,5\% + 1$ Digit	$\pm 0,3\% + 1$ Digit	$\pm 0,5\% + 1$ Digit
Gleichspannung	1000 V	$\pm 0,8\% + 1$ Digit	alle Bereiche	alle Bereiche
Wechselspannung	200 mV	$\pm 1,2\% + 3$ Digits	$\pm 1,2\% + 3$ Digits	$\pm 1,2\% + 1$ Digit
Wechselspannung	2 V ... 200 V	$\pm 0,8\% + 3$ Digits	$\pm 0,8\% + 3$ Digits	alle Bereiche
Wechselspannung	200 mV	$\pm 1,2\% + 3$ Digits	$\pm 1,2\% + 3$ Digits	
Gleichstrom	200 μA ... 20 μA	$\pm 0,8\% + 1$ Digit	$\pm 0,5\% + 1$ Digit	$\pm 1,0\% + 1$ Digit
Gleichstrom	200 mA ... 2 A	$\pm 1,2\% + 1$ Digit	$\pm 1,2\% + 1$ Digit	$\pm 1,0\% + 1$ Digit
Gleichstrom	10 A	$\pm 2,0\% + 5$ Digits	$\pm 2,0\% + 5$ Digits	$\pm 2,0\% + 3$ Digits
Wechselstrom	200 μA	$\pm 1,8\% + 3$ Digits		
Wechselstrom	2 mA ... 20 mA	$\pm 1,0\% + 3$ Digits		
Wechselstrom	200 mA ... 2 A			
Wechselstrom	10 A			
Widerstand	200 Ω			
Widerstand	2 kΩ ... 2 MΩ			
Widerstand	20 MΩ			
Widerstand	200 MΩ		-	-

PeakTech® 2010 und PeakTech® 3725: gemessene Größen: U, I, R, f

Betriebsart	Messbereich	Genauigkeit	
		PeakTech® 2010	PeakTech® 3725
Gleichspannung	200 mV ... 200 V	±0,5% + 3 Digits	±0,5% + 1 Digit
Gleichspannung	1000 V	±1,0% + 5 Digit	
Gleichspannung	600 V		±0,8% + 2 Digit
Wechselspannung	200 mV	±1,2% + 3 Digits	±1,2% + 3 Digits
Wechselspannung	2 V ... 200 V	±1,0% + 3 Digits	±0,8% + 3 Digits
Wechselspannung	750 V	±1,0% + 8 Digits	
Wechselspannung	600 V		±1,2% + 3 Digits
Gleichstrom	20 μA ... 2 mA		±0,8% + 1 Digit
Gleichstrom	2 mA ... 20 mA	±0,8% + 3 Digits	
Gleichstrom	200 mA	±1,2% + 4 Digits	±1,5% + 1 Digit
Gleichstrom	10 A		±2,0% + 5 Digits
Gleichstrom	20 A	±2,0% + 5 Digits	
Wechselstrom	20 μA ... 2 mA		±1,0% + 3 Digits
Wechselstrom	2 mA ... 20 mA	±1,0% + 5 Digits	
Wechselstrom	200 mA	±2,0% + 5 Digits	±1,8% + 3 Digits
Wechselstrom	10 A		±3,0% + 7 Digits
Wechselstrom	20 A	±3,0% + 10 Digits	
Widerstand	200 Ω		±0,8% + 3 Digits
Widerstand	200 Ω ... 2 kΩ	±0,8% + 5 Digits	
Widerstand	2 kΩ ... 2 MΩ		±0,8% + 1 Digits
Widerstand	20 kΩ ... 2 MΩ	±0,8% + 3 Digits	
Widerstand	20 MΩ	±1,0% + 15 Digits	±1,0% + 5 Digits
Widerstand	2000 MΩ	±5,0% + 20 Digits	±5,0% + 10 Digits
Frequenz	2 kHz ... 10 MHz	±0,5% + 4 Digits	±0,1% + 3 Digits

PeakTech® 2015: gemessene Größen: U, I, R

Betriebsart	Messbereich	Genauigkeit
Gleichspannung	400 mV ... 400 V	$\pm 0,5\% + 4$ Digit
Gleichspannung	1000 V	$\pm 1,0\% + 4$ Digit
Wechselspannung	4 V ... 400 V	$\pm 0,8\% + 6$ Digits
Wechselspannung	750 V	$\pm 1,0\% + 8$ Digits
Gleichstrom	400 μA ... 400 mA	$\pm 1,0\% + 10$ Digit
Gleichstrom	20 A	$\pm 1,2\% + 10$ Digits
Wechselstrom	400 μA ... 400 mA	$\pm 1,5\% + 5$ Digits
Wechselstrom	20 A	$\pm 2,0\% + 15$ Digits
Widerstand	400 Ω	$\pm 0,8\% + 5$ Digits
Widerstand	4 kΩ ... 4 MΩ	$\pm 0,8\% + 4$ Digits
Widerstand	40 MΩ	$\pm 1,2\% + 5$ Digits

Normalwiderstände

Bei 15°C ... 25°C und geringer Belastung.

Widerstandssätze

Bei 20°C und geringer Belastung. R = eingeschalteter Widerstand.

$$\text{Für} \begin{cases} R < 0,1\,\Omega \\ 0,1\,\Omega \le R < 10\,\Omega \\ R \ge 10\,\Omega \end{cases} \quad \text{gilt } \Delta R = \begin{cases} 0,02\,\Omega + 1 \times 10^{-2} \times R \\ 0,02\,\Omega + 1 \times 10^{-3} \times R \\ 0,02\,\Omega + 1 \times 10^{-4} \times R \end{cases} .$$