



**TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DRESDEN**

Fakultät Physik

Physikalisches Grundpraktikum

Versuch: **ER**

Aktualisiert: am 19.04.2021

## Spezifische Ladung des Elektrons

### Inhaltsverzeichnis

<b>1 Aufgabenstellung</b>	<b>2</b>
<b>2 Grundlagen</b>	<b>2</b>
2.1 Ablenkung im $\vec{E}$ -Feld . . . . .	2
2.2 Ablenkung im $\vec{B}$ -Feld . . . . .	2
2.3 Feld der Helmholtz-Spulen . . . . .	3
<b>3 Experimente</b>	<b>3</b>
3.1 Experiment 1: Klassischer Thomson-Versuch . . . . .	5
3.2 Experiment 2: Feldausgleichversuch . . . . .	5
3.3 Experiment 3 . . . . .	6
3.4 Experiment 4 . . . . .	7
<b>Fragen</b>	<b>8</b>

## 1 Aufgabenstellung

Die spezifische Ladung  $e/m$  des Elektrons ist auf vier verschiedenen Wegen mittels einer Thomson-Röhre und einem Helmholtz-Spulenpaar zu bestimmen.

1. Der Elektronenstrahl wird bei bekannter Beschleunigungsspannung  $U_B$  mit einem  $\vec{B}$ -Feld bekannter Größe abgelenkt. Aus  $U_B$ ,  $\vec{B}$  und Ablenkungsradius  $R$  wird  $e/m$  bestimmt.
2. Der Elektronenstrahl wird mit einem  $\vec{E}$ -Feld durch einen definierten Punkt  $(x, y)$  gelenkt. Die Ablenkung wird durch ein Magnetfeld ausgeglichen. Aus  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  und den Koordinaten des Punktes wird  $e/m$  bestimmt.
3. Der Elektronenstrahl wird mit einem  $\vec{B}$ -Feld abgelenkt. Die Auslenkung wird mit einem  $\vec{E}$ -Feld kompensiert. Aus  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  und der Geometrie wird  $e/m$  bestimmt.
4. Bei bekannter Beschleunigungsspannung werden  $\vec{E}$ - und  $\vec{B}$ -Feld so überlagert, dass sich ihre Wirkungen kompensieren. Aus  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  und  $U_B$  wird  $e/m$  bestimmt.

Studierende des Lehramts Physik führen nur die Aufgaben 1-2 durch.

## 2 Grundlagen

### 2.1 Ablenkung im $\vec{E}$ -Feld

Ein Elektron bewege sich in einem elektrischen Feld der Stärke  $\vec{E}$ . Das Elektron erfährt die Kraft  $\vec{F}$  und die Beschleunigung  $\vec{a}$  gemäß

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = e \cdot \vec{E}. \quad (1)$$

Durchläuft das Elektron eine Potentialdifferenz  $U_B$ , so ändert sich seine kin. Energie

$$\Delta E_K = e \cdot U_B. \quad (2)$$

Werden Elektronen in einer Quelle erzeugt ( $E_{K0} = 0$ ) und aus dieser heraus beschleunigt, so ist die Geschwindigkeit  $v$  des Elektrons nach Durchlaufen der Potentialdifferenz  $U_B$ :

$$e \cdot U_B = \frac{m}{2} v^2 \quad \text{bzw.} \quad \frac{e}{m} = \frac{v^2}{2 \cdot U_B}. \quad (3)$$

Tritt das Elektron mit einer Geschwindigkeit  $\vec{v} = v_x \cdot \vec{e}_x$  in ein  $\vec{E}$ -Feld entgegengesetzt zur  $y$ -Richtung ein, wird es in  $y$ -Richtung beschleunigt

$$y = \frac{a_y}{2} t^2 = \frac{e \cdot E}{2 \cdot m} t^2 \quad (4)$$

und mit  $x = v_x \cdot t$  folgt die Bahn der Parabelgleichung

$$y = \frac{e \cdot E \cdot x^2}{2 \cdot m \cdot v_x^2}. \quad (5)$$

### 2.2 Ablenkung im $\vec{B}$ -Feld

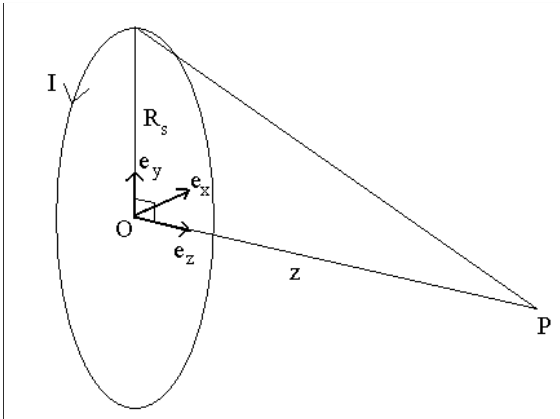
Ein bewegtes Elektron im Magnetfeld erfährt die Lorentzkraft

$$\vec{F} = -e \cdot \vec{v} \times \vec{B}. \quad (6)$$

Wenn ein Elektron der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  die Elektronenkanone in ein zur Bewegungsrichtung senkrechtes homogenes Magnetfeld verlässt, erfährt es eine Kraft konstanter Stärke, die es auf eine ebene Kreisbahn mit dem Radius  $R$  zwingt. Für diese Kraft gilt:

$$F = \frac{m \cdot v^2}{R} = e \cdot v \cdot B \implies v = \frac{e}{m} \cdot B \cdot R \quad (7)$$

### 2.3 Feld der Helmholtz-Spulen



Die Helmholtz-Konfiguration ist dadurch gekennzeichnet, dass zwei Spulen mit den Windungszahlen  $n_1 = n_2$  und dem Radius  $R_s$  im Abstand  $d = R_s$  aufgestellt werden. Im Bereich zwischen den Spulen entsteht so ein homogenes Feld. Nach Biot-Savart gilt:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{r}' \times (\vec{r} - \vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \quad (8)$$

wobei  $\vec{r}'$  die Koordinate des stromführenden Leiters ist. Für eine Kreisspule mit der  $z$ -Achse als Symmetrieachse, die sich mit ihrem Zentrum bei  $z = 0$  befindet, ergibt sich auf der  $z$ -Achse:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I \cdot n}{2} \frac{R_s^2}{\sqrt{R_s^2 + z^2}^3} \vec{e}_z. \quad (9)$$

Mit zwei Spulen bei  $z = -R_s/2$  und  $z = +R_s/2$  durch deren jeweils  $n$  Windungen der Strom in gleicher Richtung fließt, gilt auf der  $z$ -Achse:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I \cdot n}{2} \left[ \frac{R_s^2}{\sqrt{R_s^2 + \left(z - \frac{R_s}{2}\right)^2}^3} + \frac{R_s^2}{\sqrt{R_s^2 + \left(z + \frac{R_s}{2}\right)^2}^3} \right] \vec{e}_z. \quad (10)$$

Die Reihenentwicklung um  $z = 0$  ergibt

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I \cdot n}{R_s \cdot \sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^3}} \cdot \left( 1 - \frac{144}{125} \frac{z^4}{R_s^4} + \dots \right) \vec{e}_z, \quad (11)$$

d.h. ein sehr homogenes Feld mit Abweichungen von weniger als 1% bis  $z = 0,3 \cdot R_s$ .

Für den Spulenradius  $R_s = 69\text{mm}$  und der Windungszahl  $n = 320$  ergibt sich die folgende Näherung für den Zusammenhang zwischen magnetischer Flussdichte und Spulenstrom im Zentrum des Helmholtz-Spulenpaars:

$$\vec{B} \approx \left( 4,17 \cdot 10^{-3} \frac{\text{T}}{\text{A}} \right) \cdot I \cdot \vec{e}_z.$$

**Um die Spulen nicht zu zerstören, sind die Messungen bei  $I \leq 1\text{A}$  durchzuführen.**

## 3 Experimente

In der Thomsonröhre wird ein sichtbarer Elektronenstrahl erzeugt. Es können elektrische und magnetische Felder senkrecht zueinander überlagert werden. Der Strahl kann durch beide Felder abgelenkt werden. Durch einfaches Lösen der Bewegungsgleichungen kann dann die spezifische Ladung des Elektrons ermittelt werden.

Verbinden Sie die Thomsonröhre entsprechend folgender Schaltung:

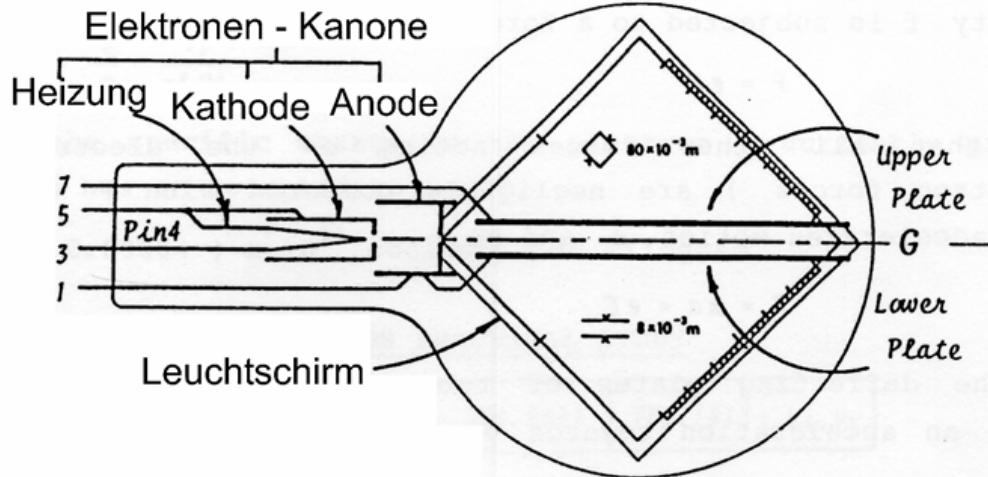


Abb. 1: Schema der Thomsonröhre

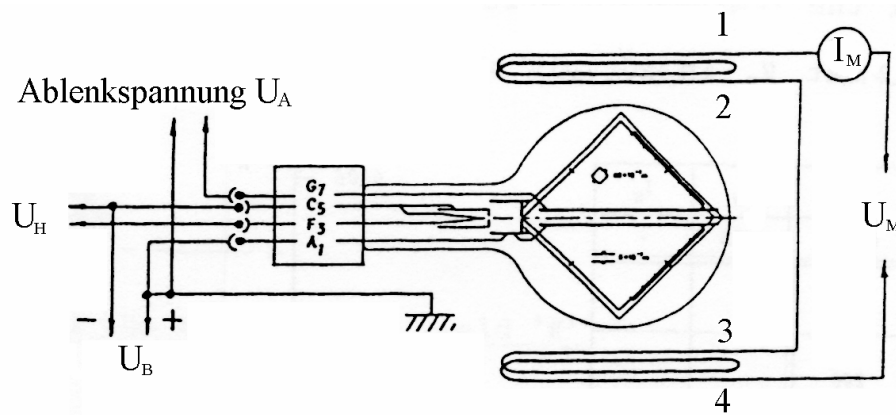
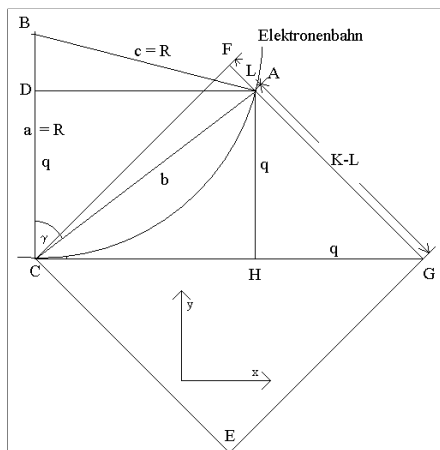


Abb. 2: Schaltskizze



Die Anode  $A_1$  wird auf Erdpotential, die Kathode  $C_5$  auf negative Hochspannung gelegt. Der Bahnradius  $R$  lässt sich aus der Ablenkung  $L$  wie folgt bestimmen:

Der Elektronenstrahl verlässt bei  $C$  die Kanone und bewegt sich in  $x$ -Richtung. Dabei wird er in  $y$ -Richtung abgelenkt. Die Kreisbahn habe den Radius  $R$ .

In der Röhre befindet sich ein auf der Spitze stehendes Quadrat, mit den Eckpunkten:  $C, E, F, G$ ; außerdem ist die Kantenlänge  $K = 80 \text{ mm}$  bekannt, die Länge  $L = |FA|$  ist direkt ablesbar.

Dann folgt für den gesuchten Radius  $R$ :

$$\triangle A,B,C: c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma \xrightarrow{a=c=R} \cos \gamma = \frac{b}{2a}$$

$$\triangle A,C,D: \cos \gamma = \frac{q}{b} = \frac{b}{2a} \implies R = a = \frac{b^2}{2q}$$

$$\triangle A,C,F: b^2 = K^2 + L^2$$

$$\triangle A,G,H: (K - L)^2 = q^2 + q^2 \implies q = \sqrt{\frac{(K - L)^2}{2}}$$

$$\implies R^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{K^2 + L^2}{K - L} \right)^2 \text{ und f\u00fcr } L = 0 \implies R = \frac{1}{\sqrt{2}} K.$$

### 3.1 Experiment 1: Klassischer Thomson-Versuch

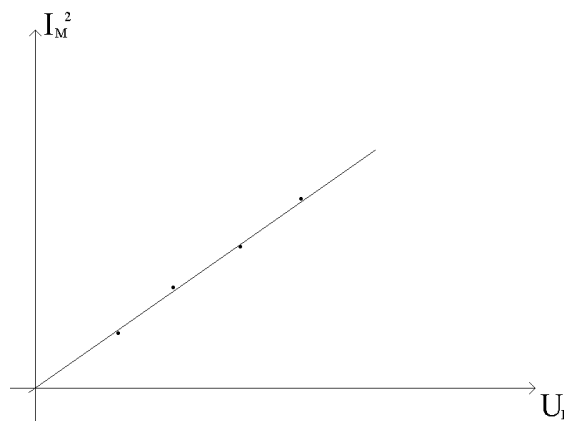
Um  $e/m$  zu bestimmen wird die Geschwindigkeit  $v$  der Elektronen nach der Beschleunigung mit  $U_B$  durch Messung des Bahnradius  $R$  der Elektronen in einem homogenen Magnetfeld  $\vec{B}$  bestimmt. Aus Gl. (3) und (7) ergibt sich:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U_B}{B^2 \cdot R^2} \tag{12}$$

#### Durchf\u00fchrung:

1. Die obere Ablenkplatte auf Erdpotential legen.
2. Die Beschleunigungsspannung auf  $U_B = 4550 \text{ V}$  einstellen.
3. Die Helmholtzspulen korrekt anschlie\u00dfen und den Spulenstrom so w\u00e4hlen, dass der Strahl durch einen gut sichtbaren Punkt verl\u00e4uft.
4. Spulenstrom und Beschleunigungsspannung so variieren, dass der Strahl immer durch den gleichen Punkt verl\u00e4uft und die Wertepaare  $U_B, I_M$  notieren,  $I_M^2$  \u00fcber  $U_B$  auftragen, die Steigung bestimmen.

$L/\text{mm}$	$U_B/\text{V}$	$I_M/\text{A}$	$I_M^2/\text{A}^2$
0 ... 40	2000		
0 ... 40	2500		
0 ... 40	3000		
0 ... 40	3500		
0 ... 40	4000		
0 ... 40	4500		



5. Daraus  $e/m$  bestimmen.
6. Wie gro\u00df ist  $v$  bei  $U_B = 4,0 \text{ kV}$ ? Wie gro\u00df ist  $|\vec{B}|$  mit  $R = \frac{K}{\sqrt{2}}$  und  $U_B = 4,0 \text{ kV}$ ?

### 3.2 Experiment 2: Feldausgleichversuch

Unter der Wirkung der Lorentzkraft \u00e4ndert sich st\u00e4ndig die Bewegungsrichtung des Elektrons. Wird die Lorentzkraft durch die Kraftwirkung eines elektrischen Feldes kompensiert, so \u00e4ndert sich

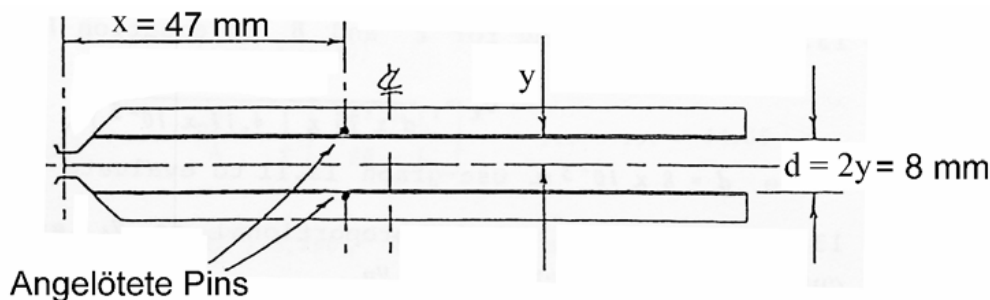


Abb. 3: Zur Definition von  $x$ ,  $y$  und  $d$

Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit des Elektrons nicht, also mit

$$e \cdot E = e \cdot v_x \cdot B \implies v_x = \frac{E}{B} \tag{13}$$

ist  $v_x$  in (5) bestimmbar, sodass

$$y(x) = x^2 \frac{e \cdot B^2}{2mE} \tag{14}$$

zur Berechnung von  $e/m$  benutzt wird.

Dabei sind  $y$  und  $x$  die Koordinaten des Elektronenstrahls unter ausschließlicher Wirkung des ablenkenden  $\vec{E}$ -Feldes. Für eine genaue Ablenkung des Elektronenstrahls durch einen Punkt werden an der Position  $x = 47\text{ mm}$  und  $d/2 = y = \pm 4\text{ mm}$  angelötete Pins genutzt, auf die der Elektronenstrahl nur durch die Wirkung des  $\vec{E}$ -Feldes der Ablenkplatten gelenkt wird. Mit  $E = U_A/d$  folgt:

$$\frac{e}{m} = \frac{U_A}{x^2 \cdot B^2} \tag{15}$$

**Durchführung:**

1. Beschleunigungsspannung  $U_B$  auf ca. 4 kV stellen,  $U_A$  auf 150 V einstellen. Der Strahl wird in die Nähe eines Pins abgelenkt.
2.  $U_B$  so einstellen, dass der Strahl durch den Pin abgeschnitten wird.

Diese Einstellungen dürfen bis zur Messung von  $I_M$  nicht verändert werden.

3. Stellen sie das Magnetfeld so ein, dass es den Strahl wieder durch den Punkt G zwingt. Notieren Sie  $U_A$  und  $I_M$ .
4. Ändern Sie  $U_A$  in 50 V Schritten und wiederholen sie 2. und 3., notieren Sie  $U_A$  und  $I_M$ . Tragen Sie  $I_M^2$  über  $U_A$  auf und bestimmen Sie die Steigung.

$U_A/V$	$I_M/A$	$I_M^2/A^2$
100		
150		
200		
250		
300		

5. Bestimmen Sie  $e/m$  aus der Steigung.

**3.3 Experiment 3**

Unter Verwendung der Kenntnisse aus Experiment 2 (Gleichungen (7), (13)), wird mit  $E = U_A/d$ :

$$\frac{e}{m} = \frac{U_A}{B^2 \cdot R \cdot d} \tag{16}$$

Dabei ist  $R$  der Radius der Bahn der Elektronen im  $\vec{B}$ -Feld ohne Wirkung des  $\vec{E}$ -Feldes. **Durchführung:**

1. Man setzt  $U_B \approx 2,5 \text{ kV}$
2. Man setzt  $U_A = 100 \text{ V}$  und gleicht die Krümmung durch den Spulenstrom wieder aus, so dass der Strahl wieder durch den Punkt G verläuft.
3. Nun setzt man die Ablenkplatte wieder auf Erdpotential und notiert den Wert für  $L$ .
4. Dies wiederholt man für verschiedene  $U_A$  und notiert  $U_A$ ,  $I_M$ ,  $L$ . Berechnen Sie für jedes  $L$  den Krümmungsradius  $R$  und tragen Sie  $(I_M^2 \cdot R)$  über  $U_A$  auf und bestimmen Sie die Steigung.

$U_A/\text{V}$	$I_M/\text{A}$	$I_M^2/\text{A}^2$	$L/\text{mm}$	$R/\text{mm}$
100				
150				
200				
250				
300				

5. Bestimmen Sie  $e/m$  aus der Steigung.

### 3.4 Experiment 4

Unter Verwendung der Kenntnisse aus Experiment 2 (Gleichungen (3), (13)), wird mit  $E = U_A/d$ :

$$\frac{e}{m} = \frac{1}{2 \cdot U_B} \left( \frac{U_A}{B \cdot d} \right)^2 \quad (17)$$

**Durchführung:**

1. Beschleunigungsspannung auf  $U_B = 4 \text{ kV}$  einstellen.
2. Ablenkspannung auf  $U_A = 100 \text{ V}$  einstellen.
3. Das Magnetfeld so einstellen, dass der Strahl wieder durch den Punkt G verläuft.
4. Spannungen und Spulenstrom notieren, bei konstanter Beschleunigungsspannung  $U_A$ ,  $I_M$  variieren,  $I_M$  über  $U_A$  auftragen, die Steigung bestimmen.

$U_B/\text{V}$	$U_A/\text{V}$	$I_M/\text{A}$
4000	100	
	150	
	200	
	250	
	300	

5. Bestimmen Sie  $e/m$  aus der Steigung.

## Messgenauigkeit der Messgeräte bzw. Abmessungen der Röhre (100% Sicherheit)

Voltmeter M3610B	Gleichspannung	(1000 V)	$\Delta U$	=	$0.003U + 1\text{digit}$
	Gleichstrom	(2A)	$\Delta I$	=	$0.012U + 1\text{digit}$
Voltmeter PeakTech 2015	Gleichspannung	(400 V)	$\Delta U$	=	$0.005U + 4\text{digit}$
Hochspannungsnetzgerät	52170		$\Delta U/U$	=	2.5%
Radius der Helmholtzspulen			$\Delta R_S$	=	1mm
Parameter der Thomsonröhre	Plattenabstand $d$		$\Delta d$	=	0.1mm
	Position des Pins $x$		$\Delta x$	=	1mm
	Skala $K$		$\Delta K$	=	1mm

## Autorenschaft

Diese Versuchsanleitung wurde in ihrer ursprünglichen Form von G. Oertel und R. Schwierz erstellt und von A. Otto bearbeitet. Aktuelle Änderungen werden von der Praktikumsleitung durchgeführt.

## Fragen

1. Welche anderen experimentellen Möglichkeiten kennen Sie, um die spezifische Elektronenladung zu bestimmen?
2. Welche Möglichkeiten gibt es, die Ladung des Elektrons zu bestimmen?
3. Wie sieht die Elektronenbahn aus, wenn  $\vec{v}$  nicht senkrecht auf  $\vec{B}$  steht?
4. Diskutieren Sie ausführlich den Einfluss des Erdmagnetfeldes, wie kann man ihn abschätzen oder verringern?
5. Das homogene Magnetfeld wird durch zwei Spulen erzeugt, die in Reihe geschaltet werden. Wie kann man feststellen, ob sie richtig gepolt sind?
6. Skizzieren Sie eine Schaltung zum Umpolen des Stromes, der durch das Helmholtz-Spulenpaar fließt.