

**TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DRESDEN**

Fakultät Physik

Physikalisches Grundpraktikum

Versuch: **FH**

Aktualisiert: am 15.03.2019

# Franck-Hertz-Versuch

## Inhaltsverzeichnis

<b>1. Aufgabenstellung</b>	<b>2</b>
<b>2. Motivation</b>	<b>2</b>
<b>3. Das Bohrsche Atommodell</b>	<b>2</b>
<b>4. Versuchsanordnung und Messprinzip bei Elektronenstoßversuchen nach Franck und Hertz</b>	<b>3</b>
4.1. Elektronenstoßversuch an Hg-Atomen . . . . .	3
4.2. Elektronenstoßversuch an Ne-Atomen . . . . .	4
<b>5. Kennlinien von gasgefüllten Elektronenröhren/Dioden</b>	<b>5</b>
5.1. Das Anlaufstromgebiet . . . . .	5
5.2. Das Raumladungsgebiet . . . . .	6
5.3. Sättigungsstromgebiet . . . . .	7
<b>6. Termschemata von Hg und Ne</b>	<b>8</b>
6.1. Termschema des Quecksilbers . . . . .	8
6.2. Termschema des Neon . . . . .	8
<b>7. Versuchsdurchführung</b>	<b>9</b>
<b>8. Auswertung</b>	<b>9</b>
<b>A. Raumladungsbegrenzter Strom in einer mit Gas gefüllten Elektronenröhre (Child-Gesetz)</b>	<b>10</b>
<b>Fragen</b>	<b>12</b>
<b>Literatur</b>	<b>12</b>

## 1. Aufgabenstellung

1. Messen Sie die Anodenstromkurve  $I_A(U_1)$  ( $I_A$ -Anodenstrom,  $U_1$ -Beschleunigungsspannung) einer mit Neon (Ne) gefüllten Elektronenröhre bei drei verschiedenen Steuerspannungen  $U_3$ .
2. Nehmen Sie die Anodenstromkurve  $I_A(U_1)$  einer mit Quecksilber (Hg) gefüllten Elektronenröhre bei drei verschiedenen Temperaturen des Hg-Dampfes ( $\vartheta_1 = 175^\circ\text{C}$ ,  $\vartheta_2 = 180^\circ\text{C}$ ,  $\vartheta_3 = 185^\circ\text{C}$ ) auf.
3. Bestimmen Sie aus den Lagen der Maxima des Anodenstromes  $U_1^{\max_i}$  ( $i = 2, \dots, N$ ) die mittlere Anregungsenergie von Quecksilber und Neon. Ermitteln Sie anhand der so bestimmten Anregungsenergien  $E_a$  und den Termschemata der Elemente die Elektronenzustände nach der Stoßanregung. Berechnen Sie anschließend die Frequenz und die Wellenlänge der von den jeweiligen Atomen nach der Stoßanregung emittierten elektromagnetischen Strahlung
4. Überprüfen Sie durch eine geschickte Auftragung der Maxima des Anodenstromes  $I_A^{\max}(U_1^{\max})$  der Hg-Röhre (für  $\vartheta_3 = 185^\circ\text{C}$ ) die zu erwartende  $U_2$ -Abhängigkeit im Raumladungsgebiet der Elektronenröhre (Childsches-Raumladungsgesetz). Ermitteln Sie anschließend die Kontaktspannung  $U_K$  zwischen Kathode und Anode.

## 2. Motivation

Vom Standpunkt der klassischen Elektrodynamik aus ist ein Atom, das aus einem positiv geladenen Kern besteht, der von Elektronen umkreist wird, instabil, da die Elektronen bei ihrer beschleunigten Bewegung um den Kern Energie in Form elektromagnetischer Wellen abstrahlen würden (Rutherford'sches Atommodell). Als Folge dessen würden die Elektronen sich dem Kern immer mehr annähern und schließlich in ihn hineinfallen. Mit einer stetigen Annäherung der Elektronen an den Atomkern würde sich auch die Umlauffrequenz stetig ändern, so dass man an Stelle von scharfen Spektrallinien ein kontinuierliches Spektrum beobachten müsste. Die Tatsache, dass man jedoch diskrete Spektrallinien beobachtet, deutet auf eine der klassischen Elektrodynamik widersprechenden Stabilität der Atome hin. Bohr schlussfolgerte aus diesem Befund, dass die Gesetze der klassischen Physik nicht auf inneratomare Bewegungen von Elektronen anwendbar sind. Diese Erkenntnis bildete für Bohr den Ausgangspunkt der Entwicklung einer neuen Mechanik inneratomarer Bewegungen, der Quantenmechanik.

## 3. Das Bohrsche Atommodell

Postulate der von Bohr entwickelten Quantenmechanik:

1. Atome können auf Dauer nur in stationären Zuständen existieren, in denen sie weder Energie emittieren noch absorbieren. In diesen Zuständen haben die Atome Energiewerte, die eine diskrete Folge  $E_1, E_2, \dots, E_n$  bilden. Energieänderungen infolge Absorption oder Emission elektromagnetischer Strahlung oder infolge von Stößen können nur bei einem Übergang aus einem dieser Zustände in einen anderen erfolgen.
2. Beim Übergang aus einem stationären Zustand in einen anderen emittieren oder absorbieren die Atome nur eine Strahlung bestimmter Frequenz. Die Strahlung, die beim Übergang aus dem Zustand  $E_m$  in den Zustand  $E_n$  emittiert oder absorbiert werden kann, ist monochromatisch. Ihre Frequenz  $\nu$  wird durch die Bohrsche-Frequenzbedingung

$$\nu = \frac{|E_m - E_n|}{h} \quad (1)$$

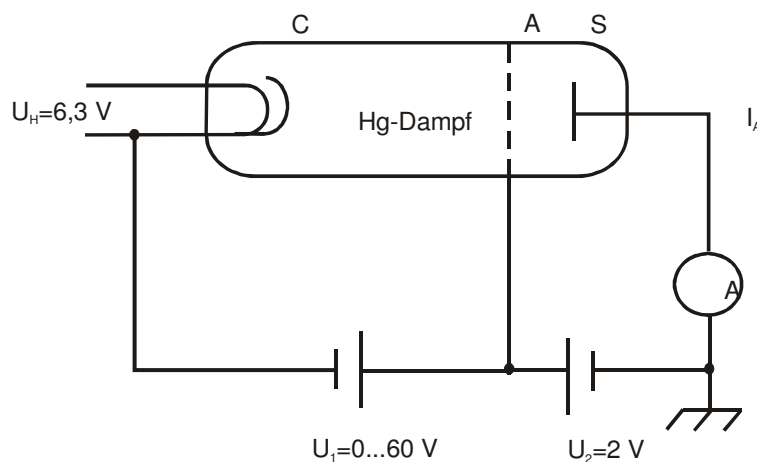
bestimmt.  $h$  ist das Plancksche Wirkungsquantum.

## 4. Versuchsanordnung und Messprinzip bei Elektronenstoßversuchen nach Franck und Hertz

Die große Bedeutung der Elektronenstoßversuche von Franck und Hertz liegt im nicht-optischen Nachweis der Existenz diskreter Anregungszustände von Elektronen in der Atomhülle, wie sie von Bohr postuliert wurden. Im folgenden werden die Versuchsanordnungen und das Messprinzip des Franck- Hertz-Versuches an Hand der im Praktikum verwendeten Elektronenröhren näher erläutert.

### 4.1. Elektronenstoßversuch an Hg-Atomen

Für die Elektronenstoßversuche an Quecksilberatomen stehen im Praktikum eine Dreielektrodenröhre mit ebenen und parallel angeordneten Elektroden (siehe Abb. 1) der Firma Phywe zur Verfügung. Die von der Kathode C emittierten Elektronen werden aufgrund der angelegten Beschleunigungsspannung  $U_1$  zur gitterförmigen Anode A (=Beschleunigungsgitter) hin beschleunigt. Auf ihrem Weg zur Anode hin stoßen sie mit Hg-Atomen zusammen. In Abhängigkeit von der Elektronenenergie ist der Zusammenstoß entweder nur elastisch oder auch unelastisch. Der unelastische Stoß ist mit einer Änderung des Atomhüllenzustandes (Anregung) bzw. mit der Ionisierung des Atoms verbunden. Während der Energieverlust des Elektrons beim elastischen Stoß gering ist, gibt es beim unelastischen Stoß genau die Anregungsenergie an das Atom ab und behält die Restenergie. Jenseits der Anode A befindet sich eine weitere Elektrode (S), die gegenüber A negativ geladen ist. Ist die kinetische Energie der Elektronen, die durch A hindurchgehen, groß genug zum Überwinden des Gegenfeldes ( $U_2$ ), so werden diese Elektronen als Strom  $I_A$  in der Auffängerzuleitung gemessen. Ist dagegen ihre Energie zu klein, so fließen sie nach Umkehr im Gegenfeld über die Anodenzuleitung ab.



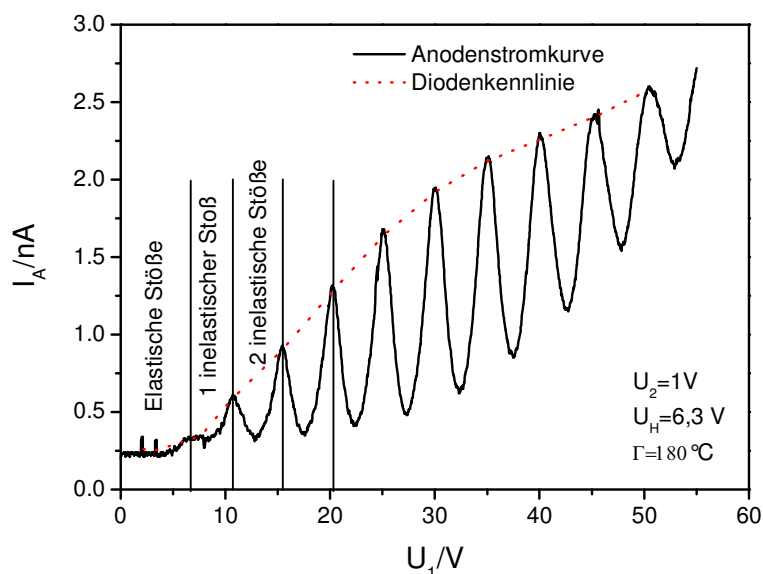
**Abb. 1:** Schematischer Aufbau einer Hg-Dreielektrodenröhre; C-indirekt geheizte Oxidkathode, A-gitterförmige Beschleunigungselektrode, S-Auffängerelektrode

nigungsspannung  $U_1$  zur gitterförmigen Anode A (=Beschleunigungsgitter) hin beschleunigt. Auf ihrem Weg zur Anode hin stoßen sie mit Hg-Atomen zusammen. In Abhängigkeit von der Elektronenenergie ist der Zusammenstoß entweder nur elastisch oder auch unelastisch. Der unelastische Stoß ist mit einer Änderung des Atomhüllenzustandes (Anregung) bzw. mit der Ionisierung des Atoms verbunden. Während der Energieverlust des Elektrons beim elastischen Stoß gering ist, gibt es beim unelastischen Stoß genau die Anregungsenergie an das Atom ab und behält die Restenergie. Jenseits der Anode A befindet sich eine weitere Elektrode (S), die gegenüber A negativ geladen ist. Ist die kinetische Energie der Elektronen, die durch A hindurchgehen, groß genug zum Überwinden des Gegenfeldes ( $U_2$ ), so werden diese Elektronen als Strom  $I_A$  in der Auffängerzuleitung gemessen. Ist dagegen ihre Energie zu klein, so fließen sie nach Umkehr im Gegenfeld über die Anodenzuleitung ab.

Als Messergebnis erhält man mit steigender Beschleunigungsspannung  $U_1$  zunächst einen steigenden Auffängerstrom  $I_A$  (Abb. 2). Von einer bestimmten Spannung ab verflacht der Anstieg und dann sinkt der Strom sogar. Das bedeutet, die Elektronenenergie hat die kleinste Anregungsenergie  $E_a = E_2 - E_1$  überschritten und mit zunehmender Spannung wird die Zone vor der Anode A, in der unelastische Stöße möglich sind, breiter. Deshalb und auch, weil die Wahrscheinlichkeit für unelastische Stöße mit der Überschussenergie wächst, nimmt die Anzahl der unelastischen Stöße zu. Nach einem Stromminimum steigt der Strom wieder an und fällt ab der doppelten kleinsten Anregungsenergie wiederum. Die Elektronen gewinnen nach der ersten Energieabgabe zunächst wieder genügend Energie um das Gegenfeld zu überwinden. Schließlich reicht ihre Energie für

einen zweiten unelastischen Stoß aus. Mit weiter steigender Spannung kann sich dieser Vorgang mehrere Male wiederholen.

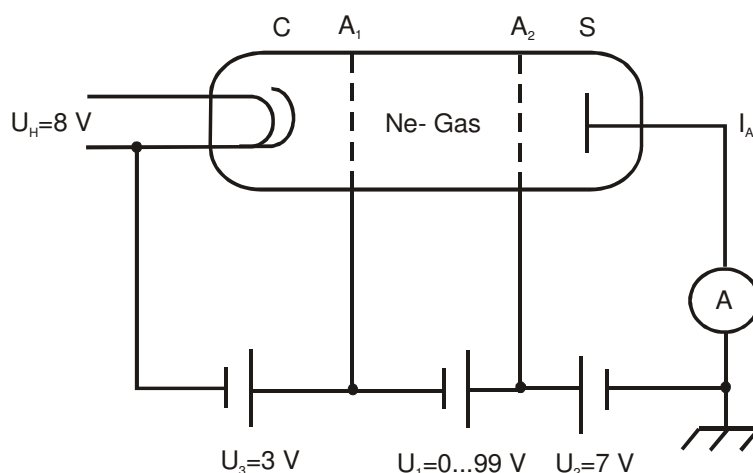
Da längs der Messkurve die Punkte, bei denen der Stromanstieg zu verflachen beginnt, nur sehr ungenau zu bestimmen sind, wird ersatzweise aus dem Abstand der Maxima  $\Delta U_1^{\max}$  auf die Anregungsenergie  $E_a$  geschlossen. Da die Franck-Hertz-Kurve nicht streng periodisch ist, ergeben sich unterschiedliche Spannungsdifferenzen aus den Abständen benachbarter Maxima. Der arithmetische Mittelwert aller Spannungsdifferenzen  $\langle \Delta U_1^{\max} \rangle$ , multipliziert mit der Elementarladung  $e$ , ist eine gute Schätzung für den wahren Wert von  $E_a$ .



**Abb. 2:** Franck-Hertz-Meßkurve einer mit Hg gefüllten Elektronenröhre. Die gepunktete Kurve entspricht der Diodenkennlinie der Elektronenröhre.

#### 4.2. Elektronenstoßversuch an Ne-Atomen

Für die Elektronenstoßversuche an Neon Atomen wird eine Vierelektrodenröhre mit ebenen und parallel angeordneten Elektroden (siehe Abb. 3) verwendet. Im Unterschied zur Hg-Röhre ent-



**Abb. 3:** Schematischer Aufbau einer Ne-Vierelektrodenröhre; C-indirekt geheizte Oxidkathode, A1 und A2-gitterförmige Beschleunigungselektroden, S-Auffängerelektrode

hält die Neon-Röhre zwei Beschleunigungselektroden A1 und A2 zwischen denen sich, wie bei

einem Plattenkondensator, ein sehr homogenes elektrisches Feld ausbildet. Weiterhin führt das Vorhandensein der Beschleunigungselektrode A1 dazu, dass fast alle aus der Kathode austretenden Elektronen abgesaugt werden, so dass der Einfluss von Raumladungseffekten auf die Gestalt der Franck-Hertz-Kurve verringert wird. Der Abstand  $d$  zwischen Kathode C und dem Gitter A2 ist groß gegenüber der mittleren freien Weglänge der Elektronen im Ne-Gas bei Betriebstemperatur (Raumtemperatur). Damit wird eine hohe Stoßwahrscheinlichkeit erzielt, da diese proportional zu dem Quotienten  $d/\lambda$  ist.

## 5. Kennlinien von gasgefüllten Elektronenröhren/Dioden

Für eine qualitative als auch quantitative Diskussion des Einflusses der Versuchsparameter auf die Kennlinien der Franck-Hertz-Röhren ist es sinnvoll, die Mechanismen des Stromtransportes in gasgefüllten Elektronen-Röhren zu betrachten.

Es ist seit längerem bekannt, dass die Kennlinie einer Vakuumdiode sich in drei charakteristische Spannungsbereiche unterteilen lässt: 1. Das Anlaufstromgebiet ( $U_1 < 0$ ), 2. Das Raumladungsgebiet und 3. Das Sättigungsstromgebiet (Abb. 4). Eine solche Bereichseinteilung kann auch auf eine mit Gas gefüllte Elektronenröhre übertragen werden. Es bestehen dabei weitgehende Analogien zum Stromtransport in Festkörpern (z.B. bei Halbleiterdioden). Allerdings gibt es auch Unterschiede, z.B. die Ordnung der Streuzentren der Elektronen. Im Festkörper erfolgt die Streuung der Elektronen im wesentlichen an den Atomen im Gitter (periodische Anordnung), dagegen sind die Atome im Gas statistisch verteilt (ungeordnet).

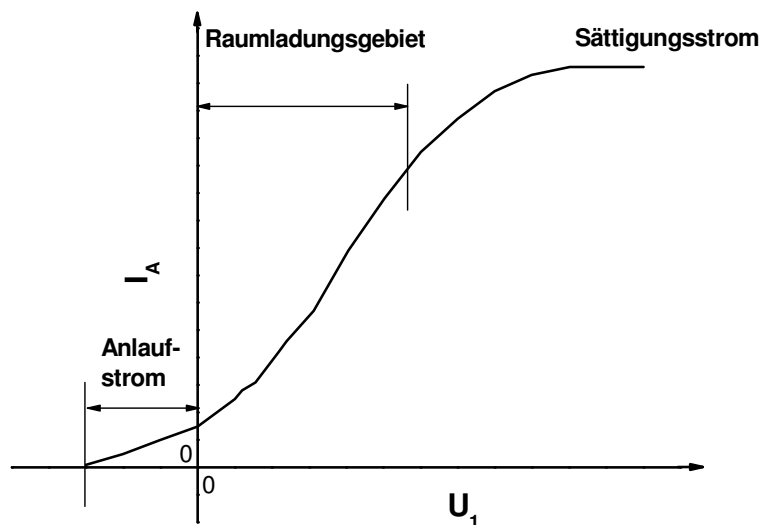


Abb. 4: Strom-Spannungsverlauf einer Elektronenröhre

### 5.1. Das Anlaufstromgebiet

Entsprechend der energetischen Verteilung der Elektronen, die aus der Kathode emittiert werden (Produkt aus Fermi-Verteilung und Zustandsdichte), besitzt ein Teil der Elektronen eine hinreichend große kinetische Energie, um auch gegen ein schwaches elektrisches Gegenfeld zur Anode zu gelangen, deshalb Anlaufstrom. Der Anlaufstrom ist dann in guter Näherung durch

$$I_A(U_1) = I_0 \cdot e^{-\frac{e|U_1|}{k_B \cdot T_K}}, \quad \text{mit } U_1 < 0 \quad (2)$$

gegeben mit  $k_B$ -der Boltzmann-Konstanten,  $T_K$ -der Temperatur der Kathode und  $I_0$ -der Dunkelstrom. Dieses Gesetz verliert sicherlich dann seine Gültigkeit, wenn der Energieverlust eines

Elektrons durch elastische Stöße mit den Gasatomen nicht mehr zu vernachlässigen ist. Dies ist dann der Fall, wenn ein Elektron auf dem Weg von der Kathode zur Anode sehr viele elastische Stöße erleidet und dabei jedes Mal seine Richtung ändert. Der relative Energieverlust  $\Delta W_{\text{tot}}/E$  eines Elektrons durch elastische Stöße auf seinem Zickzackweg von der Kathode zur Anode ist nach W. Jüngst durch

$$\frac{\Delta W_{\text{tot}}}{E} \approx \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{d}{\lambda}\right)^2 \cdot \frac{2m_e}{M} \quad (3)$$

gegeben. In Gl. (3) ist  $d$  der Kathoden-Anoden-Abstand,  $\lambda$  die mittlere freie Weglänge der Elektronen,  $M$  die Masse eines Atoms und  $m_e$  die Ruhmasse eines Elektrons. Die mittlere freie Weglänge  $\lambda$  eines Elektrons zwischen zwei elastischen Stößen mit den Gasatomen hängt von der Temperatur  $T$  im Gasraum ab und ist durch

$$\lambda(T) = \frac{1}{n(T) \cdot \sigma} = \frac{k_B \cdot T}{p(T) \cdot \sigma} \quad (4)$$

gegeben, wobei  $n(T)$  die Teilchendichte der Gasatome in der Röhre bezeichnet. Diese wird über die Zustandsgleichung des idealen Gases durch die Temperatur  $T$  und den Gasdruck  $p(T)$  ausgedrückt. Die Größe  $\sigma$  in Gl. (4) entspricht dem Wirkungsquerschnitt der Atome, der gleich der Querschnittsfläche des Atoms zu setzen ist, wenn diese elektrisch neutral sind. Nimmt man kugelförmige Atome an, dann ist  $\sigma = \pi R^2$  mit  $R$  dem Kugelradius. Zum Beispiel ergibt sich der Kugelradius der Hg-Atome, der aus der Hg-Flüssigkeitsdichte  $\rho_{\text{Hg}} = 13,579 \text{ g/cm}^3$  bestimmt wird, zu

$$R = \left( \frac{3A_r f}{4\pi N_L \rho_{\text{Hg}}} \right)^{\frac{1}{3}} = 0,1631 \text{ nm}. \quad (5)$$

Zur Berechnung von  $R$  wurde die molare Masse  $A_r = 200,59 \text{ g/mol}$ , der Füllfaktor der dichtesten Kugelpackung  $f = 0,7405$  und die Loschmidt-Zahl  $N_L = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  verwendet. Für den Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  ergibt sich damit der Wert  $\sigma = 8,35 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2$ .

Der Druck des Gases  $p(T)$ , der dem Sättigungsdampfdruck des Gases bei der jeweiligen Temperatur entspricht, lässt sich als Funktion der Temperatur  $T$  beschreiben. Im Temperaturbereich von  $0^\circ\text{C}$ – $250^\circ\text{C}$  gilt für Hg mit hinreichender Genauigkeit

$$p(T) = 8,7 \cdot 10^9 \text{ Pa} \cdot 10^{-\frac{3110 \text{ K}}{T}}. \quad (6)$$

## 5.2. Das Raumladungsgebiet

Bei Beschleunigungsspannungen aus dem Raumladungsgebiet bilden die von der Glühkathode emittierten Elektronen eine Raumladungswolke, die das elektrische Feld der Kathode abschirmt. Dieses ist inhomogen und reicht nur noch bis an die äußeren Elektronen der Raumladungswolke heran (Abb. A1). Daher können auch nur die Elektronen am äußeren Rand beschleunigt werden, was zu einem Elektronenstau neu emittierter Elektronen führt. Mit steigender Spannung vergrößert sich der Strom überproportional, da das Feld entsprechend tiefer in die Raumladungswolke „hineinreicht“. Im Gegensatz zur Vakuumdiode wirken in der mit Gas gefüllten Röhre nicht nur die Raumladungen stromhindernd, sondern auch die Gasatome. Deshalb ist der  $I_A(U_1)$ -Zusammenhang nicht durch das Langmuir-Schottkysche Raumladungsgesetz ( $I_A \sim U_1^{3/2}$ ), sondern durch das Child-Gesetz, zu beschreiben:

$$I_A(U_1) = \frac{9}{8} \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \mu \cdot \frac{A_K}{d^3} \cdot U_1^2 = \frac{9}{8} \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{e \cdot \lambda}{m_e \cdot v_{\text{therm}}} \cdot \frac{A_K}{d^3} \cdot U_1^2, \quad (7)$$

wobei  $\epsilon_r$  die relative Dielektrizitätszahl bezeichnet,  $\mu$  die Beweglichkeit der Elektronen im Gas angibt und  $A_K$  dem Flächeninhalt der Kathode entspricht (Herleitung siehe Anhang). Die relative Dielektrizitätszahl  $\epsilon_r$  ist in dem zu betrachtenden Temperaturbereich ( $\vartheta < 200^\circ\text{C}$ ) in guter

Näherung  $\approx 1$ . Die Beweglichkeit  $\mu$  der Elektronen folgt nach dem Ansatz von Drude aus

$$\mu = \frac{e \cdot \lambda}{m_e \cdot v_{\text{therm}}} \quad (8)$$

mit  $v_{\text{therm}}$  dem Mittelwert des Betrages der Geschwindigkeit der Elektronen im Gasraum. Die Gültigkeit der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung vorausgesetzt, folgt  $v_{\text{therm}}$  aus

$$v_{\text{therm}} = \sqrt{\frac{8 \cdot k_B \cdot T}{\pi \cdot m_e}}. \quad (9)$$

Gl. (7) berücksichtigt nicht die Existenz einer Kontaktspannung  $U_K$ , die aufgrund von verschiedenen Materialien von Kathode und Anode (verschiedene Austrittsarbeiten von Elektronen) sowie infolge von Temperaturunterschieden an den verschiedenen Materialübergängen im Kathoden-Anoden-Stromkreis entstehen kann. Die Existenz einer Kontaktspannung hat zur Folge, dass die Beschleunigungsspannung  $U_B$  gegenüber der angelegten Spannung  $U_1$  geändert ist ( $U_B = U_1 - U_K$ ). Berücksichtigt man weiterhin, dass bei der Beschleunigungsspannung  $U_B = 0$  ein schwacher Anlaufstrom  $I_0$  vorhanden ist, dann ergibt sich als quantitativer Zusammenhang zwischen Anodenstrom  $I_A$  und der angelegten Spannung  $U_1$  im Raumladungsgebiet die Beziehung

$$I_A(U_1) = I_0 + \frac{9}{8} \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{e \cdot \lambda}{m_e \cdot v_{\text{therm}}} \cdot \frac{A_K}{d^3} \cdot (U_1 - U_K)^2. \quad (10)$$

### 5.3. Sättigungsstromgebiet

Bei der Emission von Elektronen ins Vakuum erreicht bei steigender Beschleunigungsspannung  $U_1$  der Anodenstrom einen Wert  $I_S$ , der unabhängig von der Spannung  $U_1$  ist, da die Anode alle Elektronen von der Kathode absaugt und die Raumladungswolke sich auflöst. Der Sättigungsstrom  $I_S$  hängt dann nach dem Richardson-Dushman-Gesetz nur noch von der Austrittsarbeit und der Temperatur ab - nicht mehr von  $U_1$ .

Bei der thermischen Emission von Elektronen aus einer Kathode in ein Dielektrikum (Gas) muss zusätzlich zur Austrittsarbeit  $\Phi_A$  der Elektronen ins Vakuum eine Potentialbarriere  $\Delta\Phi$  und die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon_r$  im Richardson-Dushman-Gesetz berücksichtigt werden (Schottky-Emission). Die Stromstärke des Sättigungsstromes  $I_S$  ist dann gegeben durch den Ansatz

$$I_S = A_K \cdot C_K \cdot T_K^2 \cdot e^{-\frac{\Phi_A - \Delta\Phi}{k_B \cdot T_K}}, \quad (11)$$

mit  $C_K$  dem Elektronenemissionsvermögen der Kathode.

Die Berechnung von  $\Delta\Phi$  wird häufig zurückgeführt auf die Bestimmung der Wechselwirkungsenergie einer Bildladung an der Grenzfläche zwischen Kathode und Dielektrikum und dem emittierten Elektron. Für den Fall eines konstanten äußeren elektrischen Feldes  $E$  gilt dann

$$\Delta\Phi = \sqrt{\frac{e^3 \cdot E}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}}. \quad (12)$$

Wird  $E$  durch die Spannung  $U_1$  und den Abstand der Elektroden  $d$  ausgedrückt, dann folgt

$$I_S = I_S = A_K \cdot C_K \cdot T_K^2 \cdot \exp\left(-\frac{\Phi_A}{k_B \cdot T_K} + \frac{\beta_S \cdot \sqrt{U_1}}{k_B \cdot T_K \cdot \sqrt{d}}\right) \quad (13)$$

mit

$$\beta_S = \sqrt{\frac{e^3}{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}}. \quad (14)$$

Im Unterschied zur Emission von Elektronen ins Vakuum ist der Strom  $I_S$  bei der Emission in ein Dielektrikum nicht mehr konstant, sondern abhängig von der angelegten Spannung  $U_1$ .

## 6. Termschemata von Hg und Ne

### 6.1. Termschema des Quecksilbers

Quecksilber hat im neutralen Zustand 80 Elektronen in der Atomhülle. Im Grundzustand (Zustand niedrigster „innerer“ Energie) sind die Energieniveaus (Schalen bis zur N-Schale (Hauptquantenzahl  $n = 4$ ) aufgefüllt. Die O-Schale ( $n = 5$ ) ist mit 18 Elektronen noch nicht gefüllt, aber es befinden sich 2 Elektronen in der P-Schale ( $n = 6$ ).

Die Spektraleigenschaften von Hg werden nur durch die Elektronenzustände der Elektronen in der P-Schale (Valenzelektronen) bedingt. Damit zerfällt das Niveausystem der Energie der beiden Valenzelektronen wie beim Helium in sogenannte Singulett- und in Triplett-Zustände (siehe Abb. 5(a)). Die Singulett-Zustände sind dadurch gekennzeichnet, dass die Gesamtspinquantenzahl der Valenzelektronen den Wert  $S = 0$  hat (Eigendrehimpulse der Elektronen sind antiparallel ausgerichtet  $\uparrow\downarrow$ ). Für diese Elektronenzustände ist die Quantenzahl des Gesamtdrehimpulses  $J$  gleich der Quantenzahl des Gesamtbahndrehimpulses  $L$ .  $L$  kann dabei Werte von  $L = 0, 1, 2, \dots$  usw. annehmen. Es ist in der Termbezeichnung üblich, die Quantenzahl des Gesamtbahndrehimpulses  $L$  durch Grossbuchstaben anzugeben, d.h.  $L = 0$  entspricht S (Nicht mit Gesamtspinquantenzahl verwechseln!),  $L = 1$  entspricht P,  $L = 2$  entspricht D, usw.. Dagegen sind die Triplett-Zustände durch eine Gesamtspinquantenzahl  $S = 1$  gekennzeichnet (Parallelstellung der Eigendrehimpulse  $\uparrow\uparrow$ ) und die Quantenzahl des Gesamtdrehimpulses  $J$  kann in Abhängigkeit vom Gesamtbahndrehimpuls  $L$  die Werte  $J = 0$  (für  $L = 0$ ) und  $J = L + 1, L, L - 1$  (für  $L > 0$ ) annehmen. In der in Abb. 5a verwendeten Termbezeichnung für die Energiezustände der Valenzelektronen gibt der tiefgestellte Index den Gesamtdrehimpuls  $J$  an und der hochgestellte Index die sogenannte Multiplizität, d.h. das Produkt  $2 \cdot S + 1$  (Termbezeichnung nach Russell-Saunders). Damit ist die Termbezeichnung des Grundzustandes  $6^1S_0$  ( $n = 6, S = 0, L = 0, J = 0$ ).

Bei Elektronenstoßanregung können vom Grundzustand aus alle anderen Zustände angeregt werden, wenn auch mit unterschiedlicher Wahrscheinlichkeit. Die Anregungswahrscheinlichkeit hängt von der Art des Übergangs und von der Elektronenenergie ab. Sie hat unterhalb der Anregungsenergie den Wert Null, steigt dann bis zu einem Maximum an und fällt dann wieder auf Null ab. Es zeigt sich, dass die Anregungswahrscheinlichkeit optisch erlaubter Übergänge ( $\Delta J = 0$  oder  $\pm 1, 0 \rightarrow 0$  Übergänge sind verboten), das sind Übergänge unter Emission oder Absorption von Licht, auch für Elektronenstoßanregung größer ist als bei optisch verbotenen Übergängen. Nach einer Elektronenstoßanregung kehrt das Atom bald spontan wieder in den Grundzustand zurück. Bei optisch erlaubten Übergängen erfolgt das sehr schnell, in Bruchteilen von Mikrosekunden. Bei optisch verbotenen Übergängen geschieht das durch abermalige Elektronenstoßanregung in ein höheres Niveau mit erlaubtem Übergang oder durch Stöße mit der Wand, und es dauert erheblich länger.

### 6.2. Termschema des Neon

Neon ist ein Gas, das im neutralen Zustand 10 Elektronen in der Atomhülle hat. Im Grundzustand sind die K-Schale und die L-Schale vollständig aufgefüllt (Edelgaskonfiguration). In der Regel befindet sich in angeregten Zuständen ein Elektron in einem anderen Zustand mit anderen Quantenzahlen als im Grundzustand. Aufgrund dessen können auch beim Neon Singulett- und Triplett-Zustände im Termschema beobachtet werden (Abb. 5(b)).



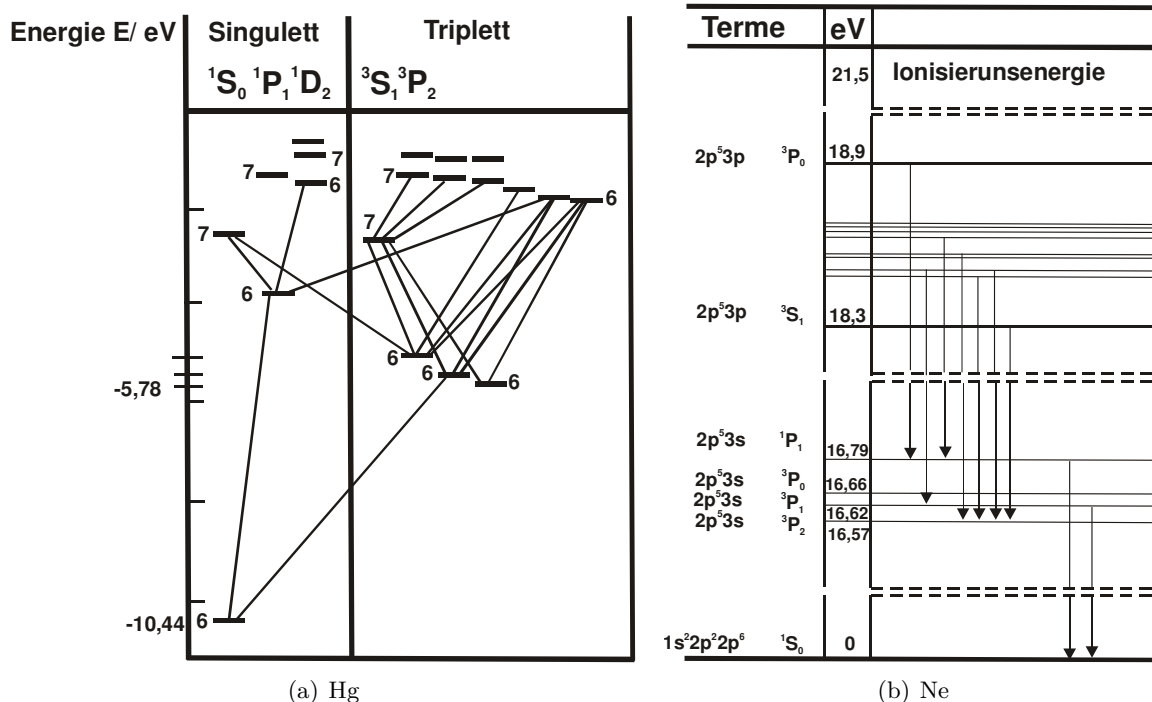


Abb. 5: Termschema von Quecksilber und Neon

### 7. Versuchsdurchführung

Die Messung der Anodenstromkurven von mit Neon und Quecksilber gefüllten Elektronenröhren erfolgt an einem computergestützten Messplatz. Der konkrete Aufbau des Messplatzes, die Handhabung der einzelnen Geräte sowie die Intervalle der Messparameter, in denen Variationen möglich sind, sind der ausliegenden Arbeitsplatzanleitung zu entnehmen.

1. Die Messungen der Anodenstromkurve  $I_A(U_1)$  der mit Neon (Ne) gefüllten Elektronenröhre sind bei drei verschiedenen Steuerspannungen  $U_3$  aus dem Intervall (3 V bis 4 V) durchzuführen. Dabei ist die Gegenspannung  $U_2$  so zu variieren (7 V bis 9 V), dass Sie eine optimale Anodenstromkurve erhalten. Beobachten Sie die Leuchterscheinungen in der Röhre!
2. Nehmen Sie die Anodenstromkurve  $I_A(U_1)$  der mit Quecksilber gefüllten Elektronenröhre bei drei verschiedenen Temperaturen des Hg-Dampfes ( $\vartheta_1 = 175^\circ\text{C}$ ,  $\vartheta_1 = 180^\circ\text{C}$ ,  $\vartheta_1 = 185^\circ\text{C}$ ) auf. Variieren Sie die Gegenspannung  $U_2$  (1 V bis 3 V) so, dass Sie eine optimale Anodenstromkurve erhalten.
3. Messen Sie den Dunkelstrom  $I_0$  der Hg-Röhre bei der Temperatur  $\vartheta_1 = 185^\circ\text{C}$  als Funktion der Zeit. Diese Messung erfolgt bei der Spannung  $U_1 = 0$  und  $U_2 = 0$  über eine Zeitdauer von  $t = 60$  s in Zeitabständen der Messpunkte von  $\delta t = 0,1$  s.

### 8. Auswertung

1. Stellen Sie die gemessenen Anodenstromkurven der Ne-Röhre bzw. der Hg-Röhre in einem Diagramm dar und diskutieren Sie qualitativ den Einfluss der gewählten Messparameter auf den Kurvenverlauf. Nutzen Sie zur Darstellung der Messkurven in einem Diagramm das auf dem Computer installierte Grafik-Programm „Origin“.
2. Zur Ermittlung der Anregungsenergien  $E_a$  der Atome sind die Lagen der Maxima des Anodenstromes  $U_1^{\max}_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) mittels der auf dem Computer installierten Messsoft-

- ware zu bestimmen. Aus den Differenzen der Beschleunigungsspannungen  $U_1^{\max}_{i+1} - U_1^{\max}_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) erhält man die Anregungsenergien  $E_{a,i} = e \cdot \Delta U_1^{\max}_i$  in Einheiten von eV. Bilden Sie den Mittelwert  $\langle E_a \rangle$  und die Standardabweichung des Mittelwertes. Die Spannungsdifferenz  $\Delta U_1^{\max}_1$  ist aus der Mittelwertbildung für  $\langle E_a \rangle$  auszuschließen, da die Kontaktspannung  $U_K$  in  $U_1^{\max}_1$  enthalten ist und somit zu einer Verfälschung des Ergebnisses führen würde.
3. Ermitteln Sie anhand der Anregungsenergien  $\langle E_a \rangle$  und dem Termschema des jeweiligen Elements den Elektronenzustand nach der Stoßanregung. Berechnen Sie anschließend die Wellenlänge  $\lambda_{ph}$  der von den jeweiligen Atomen nach der Stoßanregung emittierten elektromagnetischen Strahlung unter Anwendung der Bohrschen Frequenzbedingung (Gl. (1)) und von  $\lambda_{ph} = c/\nu$  ( $c$ -Lichtgeschwindigkeit). Liegt die Wellenlänge des emittierten Lichts im Bereich des sichtbaren Spektrums? Auswahlregeln für optische Übergänge beachten!
  4. Entsprechend den Betrachtungen zu raumladungsbegrenzten Strömen in gasgefüllten Röhren (Child-Gesetz, Gl. (7)) ist im Raumladungsgebiet ein überproportionales Anwachsen des Stromes mit der Spannung ( $\sim U^2$ ) zu erwarten. Überprüfen Sie durch eine geschickte Auftragung der Maxima des Anodenstromes  $I_A^{\max}(U_1^{\max})$  der Hg-Röhre (für  $\vartheta_3 = 185^\circ\text{C}$ ), dass das Child-Gesetz im Raumladungsgebiet gilt. Ermitteln Sie anschließend die Kontaktspannung  $U_K$ .

### A. Raumladungsbegrenzter Strom in einer mit Gas gefüllten Elektronenröhre (Child-Gesetz)

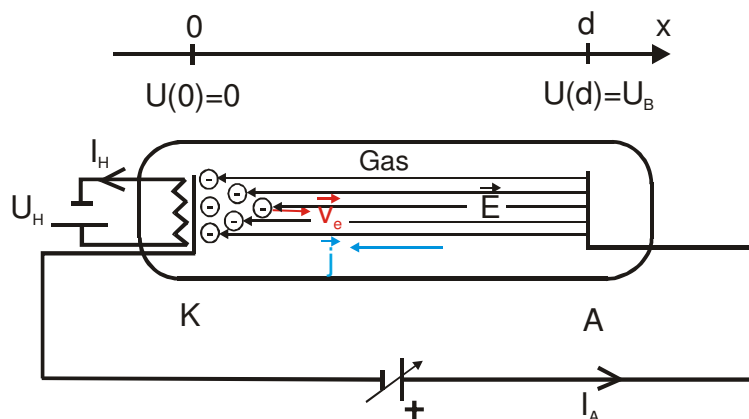


Abb. A1: Gasgefüllte Elektrodenröhre

In einer gasgefüllten Elektronenröhre (Abb. A1) können sich Elektronen, die von der Kathode emittiert werden, nicht ungehindert zur Anode bewegen, da sie mit Gasatomen, z.B. Hg-Atome, zusammenstoßen. Bei diesen Stößen sollen die neutralen Gasatome weder ionisiert noch angeregt werden (nur elastische Stöße). Ähnlich wie in einem Elektrolyten bewegen sich die Elektronen dann mit einer Driftgeschwindigkeit  $v_D$ . Eine rigorose Berechnung der Driftgeschwindigkeit in Abhängigkeit vom angelegten elektrischen Feld ist nur auf der Grundlage der Boltzmannschen Transportgleichung möglich. Auf diese Betrachtungen soll im Rahmen dieser Darstellung verzichtet werden und einem einfachen Modell von Drude (um 1900) zur Bestimmung der Driftgeschwindigkeit gefolgt werden. Um die hemmende Wirkung der Stöße der Ladungsträger mit den Stoßpartnern berücksichtigen zu können, fügte Drude eine Reibungskraft in die Bewegungsgleichung der Ladungsträger ein, die proportional zur Driftgeschwindigkeit  $v_D$  ist. Damit ergibt sich folgende Bewegungsgleichung

$$m_e \frac{d\vec{v}_D}{dt} + \frac{m_e}{\tau} \cdot \vec{v}_D = -e \cdot \vec{E}. \tag{A1}$$

$\tau$  in Gl. (A1) ist die mittlere Stosszeit, also die Zeit, die auf der mittleren freien Weglänge  $\lambda$  zwischen zwei Stößen verstreicht. Die mittlere Stoßzeit ist durch den Quotienten  $\tau = \lambda/v_{\text{therm}}$  bestimmt, wobei  $v_{\text{therm}}$  den Mittelwert des Betrages der Geschwindigkeit des Elektronengases bezeichnet. Ausgehend von der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung ergibt sich die thermische Geschwindigkeit des Elektronengases zu

$$v_{\text{therm}} = \sqrt{\frac{8k_B \cdot T}{\pi \cdot m_e}} \tag{A2}$$

mit  $T$  der Temperatur des „Elektronengases“.

Für den hier interessierenden stationären Fall ( $dv_D/dt = 0$ ) folgt aus (A1) für die Driftgeschwindigkeit

$$\vec{v}_D = -\frac{e \cdot \tau}{m_e} \cdot \vec{E} = -\frac{e \cdot \lambda}{m_e \cdot v_{\text{therm}}} \cdot \vec{E} = -\mu \cdot \vec{E}. \tag{A3}$$

Die Größe  $\mu$  in (A3) wird als Beweglichkeit bezeichnet.

Ausgangspunkt der Berechnung raumladungsbegrenzter Elektronenröhren ist die Quellgleichung des elektrischen Feldes

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r} = -\frac{e \cdot n_e(x)}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r}, \tag{A4}$$

wobei  $\epsilon_r$  die relative Dielektrizitätszahl des Gases angibt,  $\rho(x)$  die Ladungsdichte und  $n_e(x)$  die Teilchendichte der Elektronen. Mit der Definitionsgleichung der Stromdichte  $j = \rho \cdot v_D$  und dem Ausdruck für die Driftgeschwindigkeit  $v_D$  (A3) ergibt sich aus Gl. (A4) die folgende Differentialgleichung zur Bestimmung des elektrischen Feldes  $E(x)$ :

$$\frac{dE}{dx} = \frac{j}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot v_D} = -\frac{j}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \mu \cdot E}. \tag{A5}$$

Entsprechend dem Ladungserhaltungssatz ist die Stromdichte  $j$  im hier interessierenden stationären Fall ( $d\rho/dt = 0$ ) eine konstante Größe. Die Integration von Gleichung (A5) unter der Randbedingung  $E(x = 0) = 0$  ergibt für das elektrische Feld den Zusammenhang

$$E(x) = \sqrt{\frac{-2 \cdot j \cdot x}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \mu}}. \tag{A6}$$

Die elektrische Spannung  $U(x)$  ergibt sich aus der Integration über das bekannte elektrische Feld  $E(x)$  zu

$$U(x) = \varphi(x) - \varphi_K = -\int_0^x E(x') dx' = -\sqrt{\frac{-2 \cdot j}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \mu}} \int_0^x \sqrt{x'} dx' = -\sqrt{\frac{-2 \cdot j}{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \mu}} \cdot \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}}. \tag{A7}$$

$\varphi_K$  in Gl. (A7) ist das elektrische Potential an der Kathode.

Mit der Randbedingung  $U(x = d) = U_B$ ,  $U_B$  die angelegte Beschleunigungsspannung, folgt der gesuchte Zusammenhang zwischen Strom und Beschleunigungsspannung für die gasgefüllte Röhre aus (A7) zu

$$j = -\frac{9}{8} \cdot \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \mu}{d^3} \cdot U_B^2 = -\frac{9}{8} \cdot \frac{\epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{d^3} \cdot \frac{e \cdot \lambda}{m_e \cdot v_{\text{therm}}} \cdot U_B^2. \tag{A8}$$

Gl. (A8) wird als Child'sches Gesetz bezeichnet.

## Autorenschaft

Diese Versuchsanleitung wurde in ihrer ursprünglichen Form von Dr. A. Schwab und M. Rodenstein erstellt und von A. Otto bearbeitet. Aktuelle Änderungen werden von der Praktikumsleitung durchgeführt.

## Fragen

1. Welches sind die wesentlichen Aussagen des Bohrschen Atommodells?
2. Wie ist der Aufbau der Franck-Hertz-Elektronenröhren, gefüllt mit Hg und Ne, im Prinzip?
3. Erläutern Sie qualitativ das Zustandekommen des Kurvenverlaufs der Anodenstromkurve beim Franck-Hertz-Versuch. Warum gibt es keine scharfen Einbrüche in der Anodenstromkurve bei ganzen Vielfachen der Anregungsenergie, sondern eine verschmierte Kurve?
4. In der Neon-Röhre sieht man unter bestimmten Bedingungen eine Abfolge von hellen und dunklen Zonen. Erklären Sie deren Zustandekommen
5. Wie groß ist der Übertrag von Energie beim elastischen Stoß von Elektronen (Masse des Elektrons  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg, Geschwindigkeit des Elektrons vor dem Stoß  $v_e = 6 \cdot 10^5$  m/s) mit ruhenden Hg-Atomen im klassischen Kugelstoßmodell, wenn der Stoß zentral erfolgt?
6. Wie groß ist die mittlere freie Weglänge  $\lambda$  eines Elektrons in einer mit Hg-Dampf gefüllten Röhre bei der Temperatur  $\vartheta = 180^\circ\text{C}$ .
7. Warum ist die praktische Durchführung des Elektronenstoßversuches von Franck-Hertz-mit Hg-Atomen auf ein relativ kleines Temperaturintervall beschränkt?
8. Worin besteht aus quantenmechanischer Sicht der Unterschied zwischen optischer Anregung und Elektronenstoßanregung?
9. Was versteht man unter raumladungsbegrenzten Strömen in Elektronenröhren? Berechnen Sie das elektrische Feld  $E(x)$  und die Ladungsdichte der Elektronen  $\rho(x)$  einer mit Hg gefüllten Elektronenröhre bei der Temperatur  $\vartheta = 180^\circ\text{C}$ , wenn die Beschleunigungsspannung zwischen Kathode und Anode  $U_B = 20$  V beträgt. Die  $x$ -Achse zeige von der Kathode zur Anode, wobei der Koordinatenursprung am Ort der Kathode sich befindet. Der Abstand von Kathode und Anode ist  $d = 8$  mm. Stellen Sie die Funktionen  $E(x)$  und  $\rho(x)$  grafisch dar!

## Literatur

- [1] H. Haken, *Atom- und Quantenphysik*, Springer-Verlag, Berlin 1990
- [2] W. Finkelburg, *Einführung in die Atomphysik*, Springer-Verlag, Berlin 1967
- [3] E.W. Schpolski, *Atomphysik-Band 1: Einführung in die Atomphysik*, Barth-Verlag, Leipzig 1993
- [4] W. Jüngst, *Vorbereitungshilfe zum Franck-Hertz-Versuch*, Universität Karlsruhe, 1983
- [5] C. Weissmantel, C. Hamann, *Grundlagen der Festkörperphysik*, Springer-Verlag, Berlin 1979