



**TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DRESDEN**

Fakultät Physik

Physikalisches Grundpraktikum

Versuch: **IF3**

Aktualisiert: am 27. 11. 2023

Michelson-Interferometer für Fortgeschrittene

Inhaltsverzeichnis

1 Aufgabenstellung	2
2 Grundlagen	2
2.1 Zweistrahl-Interferenz ebener Wellen	2
2.2 Intensität	2
2.3 Zeitliche Kohärenz	3
2.4 Räumliche Kohärenz	4
2.5 Kohärentes LASER-Licht	4
3 Versuchsdurchführung	6
3.1 Aufbau, Messprinzipien und Justierung	6
3.2 Anwendungen des Michelson-Interferometers	8
3.2.1 Bestimmung des Brechungsindex von Luft (alle Versuchsplätze)	8
3.2.2 Hysterese eines Piezo-Aktors (Plätze 1 und 2)	9
3.2.3 Bestimmung des Längenausdehnungskoeffizienten eines Stabes (Plätze 1 und 2)	9
3.2.4 Brechungsindex von Plexiglas (Plätze 3 und 4)	9
3.2.5 Bestimmung der Wellenlänge des Halbleiterlasers (alle Plätze)	10
3.2.6 Interferenz mit LEDs (alle Plätze)	10
4 Anhang	12
4.1 Interferenzen am Keil	12
4.2 Newtonsche Ringe	12
4.3 Interferometer nach Jamin	13
4.4 Zum Interferenzterm der Intensität	13
4.5 Zur Dichteabhängigkeit der Brechzahl	14
4.6 Zum Brechungsindex von Plexiglas	14
Fragen	16
Literatur	16

1 Aufgabenstellung

Ziel: Kennenlernen von Interferenz-Apparaten als hochempfindliche Längenmessgeräte und Spektrometer sowie als Grundlage für die Holographie.

1. Aufbau und Justierung eines Michelson-Interferometers für die Messung von Kohärenzlängen im μm -Bereich.
2. Bestimmung der Wellenlänge eines Halbleiterlasers
3. Bestimmung der Kohärenzlänge von rotem und weißem LED-Licht.

2 Grundlagen

2.1 Zweistrahl-Interferenz ebener Wellen

Die Zeit- und Ortsabhängigkeit der Elongation ξ (z. B. elektrische Feldstärke $\vec{\xi} = \vec{E}(z, t)$) einer sich in positiver (oberes Vorzeichen) oder negativer z - (bzw. \vec{r} -) Richtung ausbreitenden ebenen Welle kann beschrieben werden durch

$$\xi(z, t) = \hat{\xi} e^{i(\omega t \mp kz + \varphi)} \quad \text{bzw.} \quad \xi(\vec{r}, t) = \hat{\xi} e^{i(\omega t \mp \vec{k}\vec{r} + \varphi)} \quad (1)$$

Es bedeuten: $\hat{\xi}$ - Amplitude; $(\omega t \mp kz + \varphi)$ - Phase; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - Wellenzahl; $\omega = \frac{2\pi}{T}$ - Kreisfrequenz; φ - Nullphasenwinkel.

Die Phasengeschwindigkeit der Welle v_{Ph} - im Vakuum gleich der Lichtgeschwindigkeit $c_{vac} = c_0$ - folgt aus der Bedingung, dass die Phase $(\omega t - kz + \varphi)$ konstant ist, zu $\frac{dz}{dt} = v_{Ph} = \frac{\omega}{k}$. Interferenz entsteht immer, wenn zwei (oder mehrere) Wellenzüge an einem Ort zusammentreffen. Die Wellenerregung ξ_{res} kann durch ungestörte Überlagerung (Superposition, Addition) berechnet werden: Jede Welle breitet sich so aus, als wäre die andere nicht vorhanden. Je nach Phasenlage verstärken oder schwächen die Wellen einander. Die an den Begrenzungen auftretenden Beugungserscheinungen spielen bei den Interferenzapparaten keine Rolle. Die wichtigste Voraussetzung für Beobachtbarkeit von Interferenzen ist, dass die beiden zu überlagernden Wellenzüge (bei Ausbreitung in z -Richtung)

$$\xi_1(z, t) = \hat{\xi}_1 e^{i(\omega t - kz + \varphi_1)} \quad \text{und} \quad \xi_2(z, t) = \hat{\xi}_2 e^{i(\omega t - kz + \varphi_2)}$$

kohärent sind, d.h. ein feste Phasenbeziehung zueinander haben. ω und t sind nicht zu beeinflussen. Die Phasendifferenz beider Wellen ist unter Berücksichtigung eines zweiten Mediums ($k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2}$): $\Delta\Psi = (k_1 z_1 + \varphi_1) - (k_2 z_2 + \varphi_2)$.

Eliminieren sich, wie im vorliegenden Experiment, die paarweise auftretenden Phasensprünge infolge von Reflexionen am festen Ende, so ist die Ursache für die Phasendifferenz die Differenz der Größen kz bzw. nz . Letztere wird als optische Weglänge bezeichnet. (n = Brechzahl). Unter dem Gangunterschied versteht man die Differenz der optischen Weglängen $\delta = (n_1 z_1 - n_2 z_2) = \frac{\Delta\Psi}{2\pi} \lambda_{vac} = \frac{\Delta\Psi}{k_{vac}}$.

2.2 Intensität

In der Optik werden Intensitäten I , die durch das Amplitudenquadrat ($\xi_1^2 = I_1$) gegeben sind, wahrgenommen. Überlagern sich zwei Wellen $\xi_1(z, t)$ und $\xi_2(z, t)$ mit dem Phasenunterschied $\Delta\Psi$, so beträgt die resultierende Intensität (s. Anhang)

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos \Delta\Psi \quad (2)$$

Die resultierende Intensität ist gegeben durch die Summe der Einzelintensitäten und den wesentlichen Interferenzterm $2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos \Delta\Psi$. Somit erfolgt Verstärkung (konstruktive Interferenz) für $\cos \Delta\Psi = 1$ oder $\Delta\Psi = 2\pi n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) und maximale Abschwächung (destruktive Interferenz, Auslöschung) bei $\hat{\xi}_1 = \hat{\xi}_2$ für $\cos \Delta\Psi = -1$ oder $\Delta\Psi = (2n + 1)\pi$ (Abb. 1).

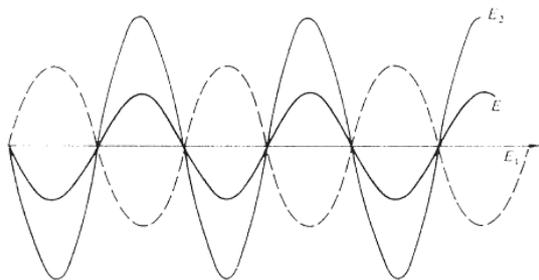


Abb. 1: Beispiel für destruktive Interferenz bei unterschiedlichen Amplituden: $I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$

2.3 Zeitliche Kohärenz

Bei den bisherigen Überlegungen lagen ideale, d.h. monochromatische sowie zeitlich und räumlich unbegrenzte Wellen zugrunde. Kommen nun mehrere Wellenlängen ins Spiel, was bei einer realen Lichtquelle aufgrund der endlichen spektralen Breite ($\Delta\lambda$) immer der Fall ist, lassen sich Interferenzen nicht mehr in jedem Fall beobachten. Der Bereich, in dem die erforderliche Kohärenz vorliegt, wird durch einen maximal möglichen Gangunterschied begrenzt, bei welchem Interferenzen gerade noch so zu beobachten sind. Dieser Gangunterschied wird auch als Kohärenzlänge L_k bezeichnet. Der Kohärenzlänge ordnet man eine Kohärenzzeit $t_k = L_k/c_0$ zu.

Um die endliche Kohärenzlänge zu verstehen, muss man sich klar machen, dass stationäre Interferenzen nur zustande kommen können, wenn die sich überlagernden Teilwellen die gleiche Wellenlänge haben. D.h., zu jeder Wellenlänge gibt es ein stationäres Interferenzmuster und das Interferenzmuster einer polychromatischen Lichtquelle ergibt sich aus der Summe über alle entsprechenden Intensitäten. In diesem Fall kann nur dann ein Interferenzmuster beobachtet werden, wenn die Muster für jede Wellenlänge hinreichend ähnlich sind. Dies ist genau gegeben bei einem Gangunterschied von $\delta = 0$, was theoretisch einem exakten Abgleich der Armlängen eines Michelson-Interferometers entspricht (siehe hinten).

Eine Änderung des Gangunterschiedes führt zu einer Änderung der Phasenlage, welche insbesondere von der Wellenlänge des Lichtes abhängt:

$$\Delta\Psi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$$

Bei kleinen Gangunterschieden können unterschiedliche Wellenlängen zu Interferenzmustern führen die sich in der gegenseitigen Phasenlage nur wenig unterscheiden. Vergrößert man den Gangunterschied kann es nun vorkommen, dass das Interferenzmaximum der einen Wellenlänge mit dem Minimum einer anderen zusammenfällt. Für diesen Fall wäre das Interferenzmuster nicht mehr beobachtbar, die Kohärenzlänge wäre somit überschritten.

Um einen Zusammenhang zwischen der spektralen Breite $\Delta\lambda$ und der Kohärenzlänge zu erhalten, stellen wir die folgenden vereinfachenden Überlegungen an: Sei λ_0 die Wellenlänge mit einem Interferenzmaximum und $\lambda_1 = \lambda_0 - \Delta\lambda/2$ jene mit einem Minimum, so gelten die folgenden Bedingungen:

$$\begin{aligned} \delta &= n \cdot \lambda_0 && \text{konstruktive Interferenz für } \lambda_0 \\ \delta &= \frac{2n + 1}{2} \cdot \lambda_1 && \text{destruktive Interferenz für } \lambda_1. \end{aligned}$$

Somit ergibt sich für die Kohärenzlänge die folgende Abschätzung:

$$L_k = \delta = \frac{1}{2 \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_0} \right)} = \frac{\lambda_0 \lambda_1}{2(\lambda_0 - \lambda_1)} \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda}$$

$\Delta\lambda$ entspricht hier der Halbwertsbreite der spektralen Verteilung. Danach lässt sich für die in Abb. 2 gegebene Spektrallinie ($\Delta\lambda \approx 10^{-3}$ nm) eine Kohärenzlänge von $L_k \approx 41,3$ cm abschätzen.

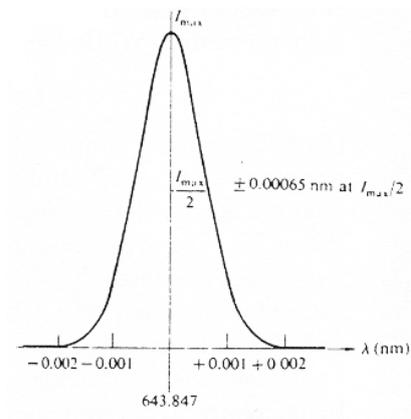


Abb. 2: Spektrale Breite der roten Cd-Linie [2]

Bei dieser Überlegung wird vernachlässigt, dass jede Wellenlänge mit einer anderen Intensität emittiert wird. Weiterhin stellt sich die Frage nach einem Kriterium für die Beobachtbarkeit von Interferenzen.

2.4 Räumliche Kohärenz

In vielen Geräten wird die Kohärenz der zur Überlagerung kommenden Teilwellen durch Aufspaltung des Primärstrahls z.B. mit Hilfe von halbdurchlässigen Spiegeln erzeugt. Dies gelingt jedoch bei ausgedehnten Lichtquellen (seitliche Ausdehnung A) nur dann, wenn die Kohärenzbedingung erfüllt ist ($u =$ Öffnungswinkel des Strahls, s. Bergmann-Schäfer Bd. 3):

$$2A \sin u \ll \frac{\lambda}{2}. \tag{3}$$

In diese Überlegung wird einbezogen, dass alle Emissionspunkte der Quelle von einander unabhängig emittieren. D.h. analog zur Längenkohärenz entsteht für jeden Emissionspunkt ein Interferenzmuster, was sich umso weniger von den anderen unterscheidet, je kleiner der Abstand der Emissionspunkte zueinander ist. Mit zunehmender Größe der Quelle unterscheiden sich die Phasenlagen der individuellen Interferenzmuster immer deutlicher, wodurch es im Grenzfall zum Verschwinden von Interferenzen kommt.

2.5 Kohärentes LASER-Licht

LASER-Licht ist besonders kohärent mit Kohärenzlängen in der Größenordnung von 1 m. Es entsteht durch stimulierte Emission. Die vorher angeregten Atome strahlen die durch den Spiegelabstand ausgewählte Frequenz phasengleich ab. Bis vor wenigen Jahren wurden nahezu ausschließlich

Gaslaser angewendet. Beispielsweise erfolgt in einem He-Ne-Gaslaser die Anregung der Elektronen der Neon-Atome in den maßgeblichen 3s- (2s) Zustand über Elektronenstöße mit den Helium-Atomen in der Gasentladung und durch Energieübertragung (Stöße 2. Art). In diesem Laser wird bei schmaler Bündelung die Wellenlänge $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ (λ_2 in Abb. 3) erzeugt.

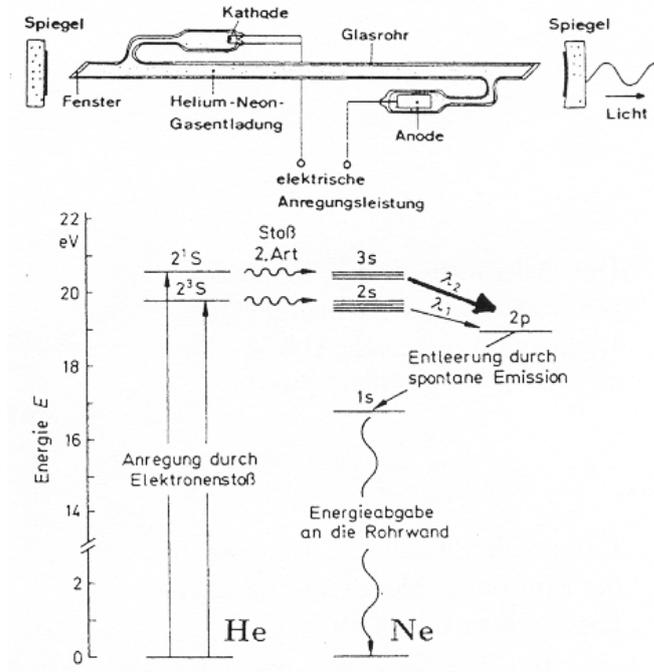


Abb. 3: Aufbau (a) und Termschema (b) eines He-Ne-Lasers

In den letzten Jahren haben Halbleiterlaser die Gaslaser auf vielen Gebieten ersetzt. Diese Laser decken ein breites Leistungs- und Farbspektrum ab und gestatten durch mittlerweile breite Anwendung eine preiswerte Herstellung.

Da die Empfindlichkeit des menschlichen Auges im grünen Licht maximal ist, haben sich beispielsweise für Laserpointer oder Laseranlagen der Unterhaltungstechnik grün leuchtende Laser durchgesetzt. Ein solcher Lasertyp wird auch im vorliegenden Versuch verwendet. Den Prinzipaufbau eines solchen grünen Halbleiterlasers, eines sog. Diode-Pumped-Solid-State-Laser (DPSSL), zeigt Abb. 4. In diesem Laser wird kein Gas, sondern ein Festkörper, im vorhandenen Laser-Typ RLDD532 ein Nd:YVO₄- (Neodymium Yttrium Vanadat)-Kristall, mit einer Infrarot-Laserdiode (einer speziellen Leuchtdiode), mit Licht der Wellenlänge von 808nm angeregt. Dieser Kristall emittiert bevorzugt Laserstrahlung im IR-Bereich der Wellenlänge 1064nm. Um diese Laserstrahlung in den sichtbaren Bereich zu transformieren, wird ein Kalium-Titanyl-Phosphat-Kristall (KTP-Kristall) als Frequenzverdoppler verwendet, so dass von der entstehenden Laserstrahlung noch alle niederfrequenten Anteile herausgefiltert werden müssen und nur die Strahlung der Wellenlänge von 532 nm den DPSSL-Laser verlassen kann.

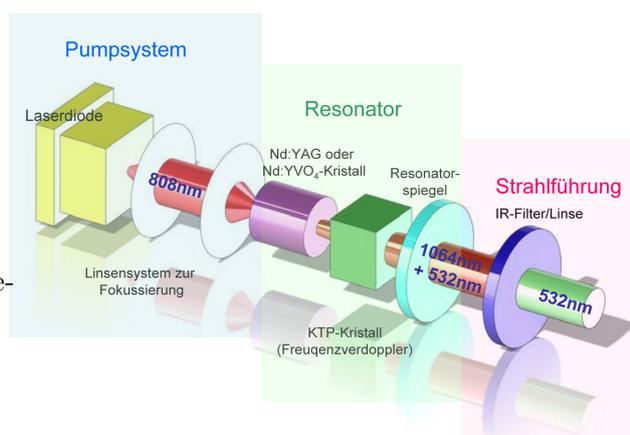


Abb. 4: prinzipieller Aufbau eines DPSSL-Lasers

3 Versuchsdurchführung

Beim Experimentieren mit dem LASER nie direkt oder indirekt (nach Reflexionen) in den Strahl sehen!

3.1 Aufbau, Messprinzipien und Justierung

Das verwendete Interferometer wird auf einem Breadboard (s. Abb. 5 und 6) aufgebaut, seine Funktionsweise wird anhand Abb. 7 dargestellt. Im Gegensatz zum Original Michelson-Experiment wird als Lichtquelle ein LASER (speziell ein Halbleiter-Laser) und als Strahlteiler ein Würfel verwendet. Dieser Würfel besteht aus zwei Prismen, deren Berührungsflächen halbdurchlässig verspiegelt sind. Zur groben Justierung der Laserstrahlen im Michelson-Interferometer werden jeweils weiße Schirme in die Strahlengänge gebracht.

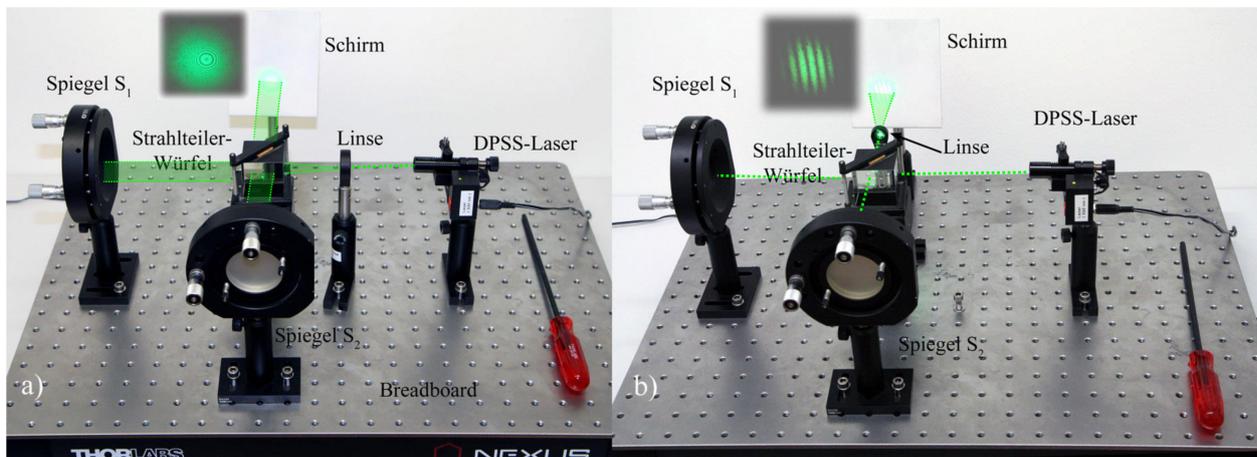


Abb. 5: Versuchsaufbau des Michelson-Interferometers (Plätze 1 und 2)

Zuerst justieren Sie mit Hilfe der beiden Justierschrauben an der Halterung des Lasers den Laserstrahl so, dass er parallel zur Oberfläche und zur langen Außenseite des Breadboards in einer Höhe verläuft, die in etwa der Mitte des Strahlteilers entspricht. Die Grobjustage des dem Laser gegenüber stehenden Spiegels (S_1) erfolgt so, dass der Laserstrahl nahezu aber nicht exakt in sich selbst reflektiert wird (weshalb?).

Die Grobjustage des Strahlteilers muss nun so erfolgen, dass die Höhe der Strahlen über dem Breadboard konstant bleibt und der am Spiegel S_1 und am Strahlteiler reflektierte Strahl einen rechten Winkel bilden. Mit dem zweiten justierbaren Endspiegel (S_2) werden nun beide Strahlen nach Rücklauf durch den Teiler-Würfel zur Überlagerung gebracht. Diese Überlagerung wird mit einer Sammellinse mittlerer Brennweite zwischen Laser und Strahlteiler als konzentrische Kreise (s. Abb. 5a und 6a) oder mit einer Sammellinse kurzer Brennweite zwischen Strahlteiler und Schirm als Kreissegmente bzw. Streifen (s. Abb. 5b und 6b) auf einem Schirm sichtbar gemacht und sollte bei gelungener Justierung so die erwarteten Überlagerungsfiguren zeigen.

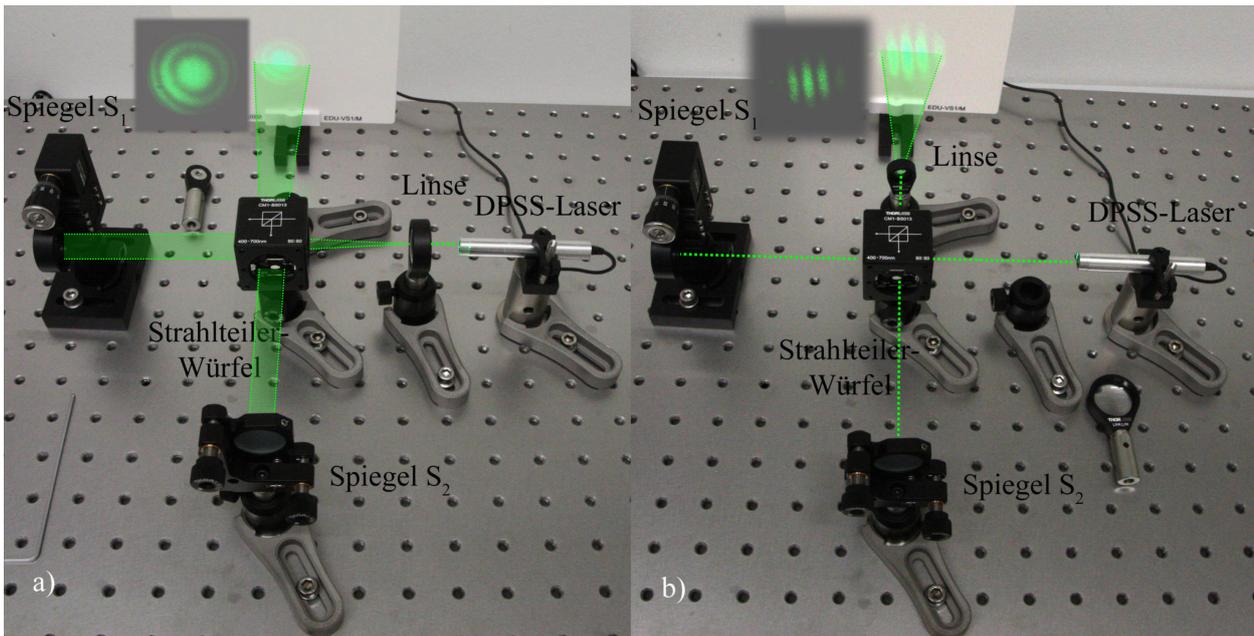


Abb. 6: Versuchsaufbau des Michelson-Interferometers (Plätze 3 und 4)

Eine Feinjustierung kann auch durch geringe Verkippung eines Spiegels nach Abb. 7b erfolgen, bis man die konzentrischen Kreissegmente bzw. Streifen mit dem Abstand s sieht. Das Bild am Schirm mit einer Web-Kamera beobachtet oder als Video gespeichert werden, sodass ein Ausschnitt des bisherigen Bildes auf einem Monitor erfasst und die Zählung und Auswertung vereinfacht wird.

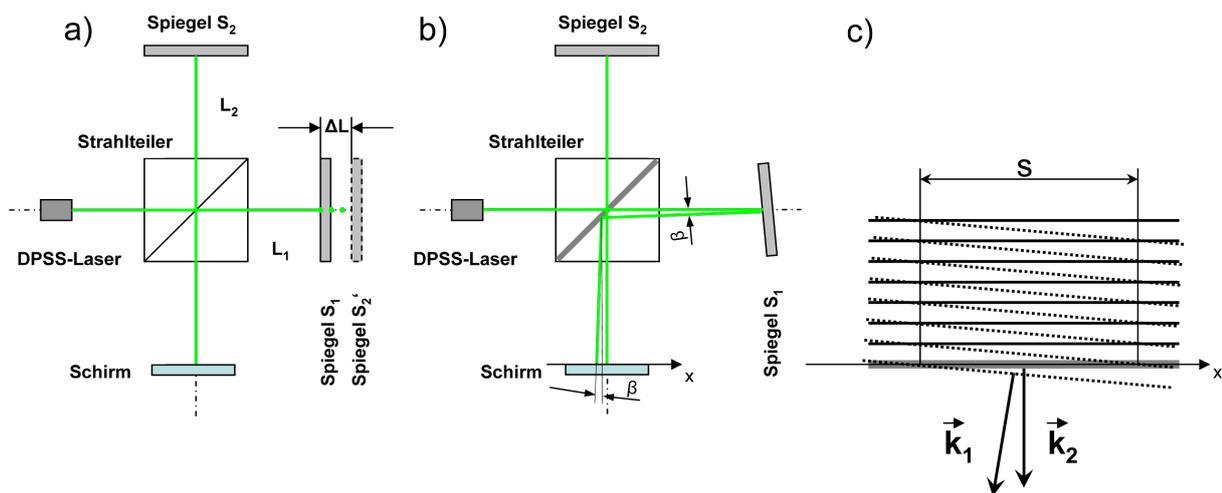


Abb. 7: (a) Strahlengang, Variation der Spiegelentfernung um ΔL ; (b) Streifenabstand s als Folge der Spiegelverkippung (siehe Gl. (4)); (c) Zur Überlagerung zweier um β zueinander geneigter ebener Wellenfronten mit den Wellenvektoren \vec{k}_1 und \vec{k}_2 mit Streifenabstand s in der Schirmebene ($x - y - Ebene$)

Die hellen bzw. dunklen Streifen bzw. Ringe in der $x - y$ -Ebene haben den Abstand s . Im Interferenzterm muss neben z auch x berücksichtigt werden (Abb. 7c; siehe Anhang). Es gibt mehrere

Möglichkeiten, die Interferenzstreifen und deren Veränderung zu beobachten:

1. Einer der beiden Spiegel wird nach Abb. 7b um einen bestimmten Winkel verkippt. Wie groß muss dieser Winkel sein, damit die Wellenzahlvektoren \vec{k}_1 und \vec{k}_2 beim Interferieren um den Winkel β geneigt sind?

Die Abstände s der beobachteten Streifen in x -Richtung (Querrichtung) sind nach Abb. 7c um so breiter, je geringer β ist:

$$s = \frac{\lambda_{vac}}{\beta} \tag{4}$$

Entsprechend Gleichung (4) steigt die Empfindlichkeit eines Längenmessgerätes mit $\frac{1}{\beta}$ an.

2. Bei konstantem, möglichst geringem Winkel wird eine der Entfernungen ($L_1; L_2$) um ΔL geändert (Abb. 7a). Der entsprechende Gangunterschied ist bei konstanter Brechzahl durch $\delta = 2\Delta L$ gegeben und man beobachtet m durchlaufende Streifen (hell-dunkel-hell-Übergänge):

$$m = \frac{2\Delta L}{\lambda} \tag{5}$$

3. Bei konstantem β und konstanten $L_1; L_2$ bringt man vor den einen Spiegel eine evakuierbare Küvette - der Innenabstand zwischen Ein- und Austrittsfenster sei d - an. Auf dieser Länge d kann das Medium und damit die Brechzahl um Δn geändert werden. Im Versuch werden Vakuum und Luft von Normaldruck verglichen. Die Anzahl m der durchlaufenden Streifen ist proportional zum Gangunterschied $2d\Delta n$:

$$\lambda m = 2d\Delta n$$

3.2 Anwendungen des Michelson-Interferometers

3.2.1 Bestimmung des Brechungsindex von Luft (alle Versuchsplätze)

In einen Strahl des Interferometers nach Michelson wird eine evakuierbare Küvette - der Innenabstand zwischen Ein- und Austrittsfenster beträgt $d = 40$ mm - eingebracht. Diese kann evakuiert und schrittweise wieder mit Luft gefüllt werden.

Bei beiden Vorgängen werden nach Gleichung (6) m Streifen gezählt, die der Brechzahldifferenz proportional sind:

$$\delta = m\lambda = 2d\Delta n = 2d(n - 1) \quad \text{d.h.} \quad n = 1 + \frac{m\lambda}{2d} \tag{6}$$

Korrektur der Brechzahl:

Die Messung wird bei der Temperatur T und dem Druck p durchgeführt: $n(p, T) = 1 + \frac{m\lambda}{2d}$. Die Korrektur auf Normalbedingungen ($p_0 = 1013$ mbar; $T_0 = 273$ K) erfolgt anhand der Zustandsgleichung idealer Gase (siehe Anhang):

$$n(0) = 1 + \frac{m\lambda}{2d} \cdot \frac{p_0}{p} \cdot \frac{T}{T_0} \tag{7}$$

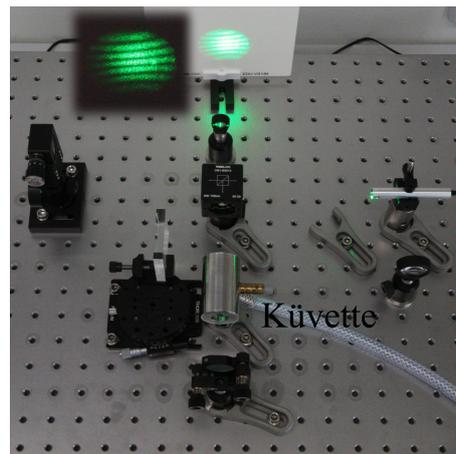


Abb. 8: Aufbau zur Bestimmung des Brechungsindex von Luft

3.2.2 Hysterese eines Piezo-Aktors (Plätze 1 und 2)

Wird ein geeignetes piezoelektrisches Material, z.B. Quarz oder Bariumtitanat (BaTiO_3) einer mechanischen Zug- oder Druckspannung ausgesetzt, so entsteht an den Endflächen eine elektrische Spannung. Bringt man umgekehrt den Kristall in ein elektrisches Feld, so ändert er seine Länge, was dynamisch z.B. beim Schwingquarz und statisch z.B. beim Piezo-Aktor angewendet wird. Piezo-Aktoren werden auch zur elektrisch gesteuerten Positionierung der Spitze im Rastertunnelmikroskop oder zur Justierung von Interferometerspiegeln benutzt. Dabei können die kleinsten Schritte im nm-Bereich liegen. Aktoren müssen mit Gleichfeldstärken im Bereich von kV/mm vorpolarisiert werden, da der Piezo-Effekt infolge Depolarisierung durch Temperatur- und Feldeinwirkung reduziert wird.

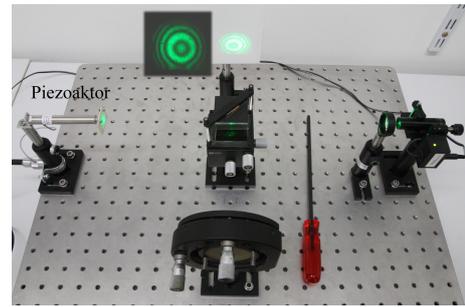


Abb. 9: Aufbau zur Bestimmung der Hysterese eines Piezo-Aktors

Allgemein zeigen Aktoren Hysterese, d.h. einen nichtlinearen und nicht eindeutigen Zusammenhang zwischen Längenänderung Δl und elektrischer Spannung U , der stark von der Vorgeschichte abhängt.

Zur Aufnahme der Längen-Hysterese des Piezo-Aktors an den Plätzen 1 und 2 wird ein Spiegel (s. Abb. 6) durch den am Piezo-Aktor befestigten Spiegel ersetzt (s. Abb. 9), die angelegte Spannung zwischen $+100\text{ V}$ bis -10 V variiert und jeweils die Anzahl der hell-dunkel-hell-Durchgänge bestimmt.

3.2.3 Bestimmung des Längenausdehnungskoeffizienten eines Stabes (Plätze 1 und 2)

Wird der in Abb. 9 gezeigte Piezo-Aktor durch einen heizbaren Stab definierter Länge mit befestigtem Spiegel ersetzt, kann der Ausdehnungskoeffizient des Stabmaterials sehr genau bestimmt werden. Die Temperaturmessung erfolgt mit einem Temperaturfühler, der in einer Längsbohrung im Stab positioniert wird.

3.2.4 Brechungsindex von Plexiglas (Plätze 3 und 4)

Mit dem Michelson-Interferometer kann der Brechungsindex n einer transparenten planparallelen Platte sehr genau bestimmt werden. Zur Messung wird diese Platte zunächst in den Arm des Interferometers senkrecht zum Strahl gebracht.

Wird diese Platte anschließend sorgfältig gegen den Strahl gedreht, vergrößert sich der optische Weg in diesem Arm, was eine Änderung des Interferenzmusters bewirkt. Aus der Anzahl der hell-dunkel-hell-Durchgänge N , der Plattendicke D und dem genau gemessenen Drehwinkel α kann der Brechungsindex n berechnet werden (siehe Anhang).

$$n = \frac{\sin^2 \alpha + \left(\frac{N\lambda}{2D} + \cos \alpha - 1\right)^2}{2\left(1 - \cos \alpha - \frac{N\lambda}{2D}\right)} \quad (8)$$

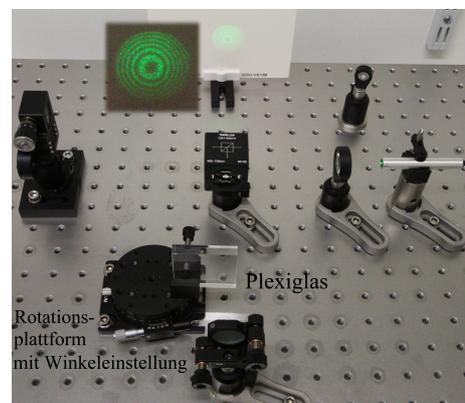


Abb. 10: Aufbau zur Bestimmung des Brechungsindex von Plexiglas

3.2.5 Bestimmung der Wellenlänge des Halbleiterlasers (alle Plätze)

Ein typische Anwendung des Michelson-Interferometers ist die Bestimmung der Wellenlänge des Halbleiterlasers durch eine kontinuierliche Verlängerung eines Arms. Hierzu wird der Spiegel S_1 (s. Abb 6) in Strahlrichtung definiert verschoben, so dass sich das Interferenzmuster ändert. Je nach Bewegungsrichtung des Spiegel laufen beim Aufbau entspr. Abb. 6a entweder konzentrische Ringe in das Zentrum hinein und verschwinden dort oder es entstehen neue Ringe im Zentrum und laufen aus dem Zentrum hinaus oder bewegt sich das Streifenmuster entspr. Abb. 6b nach links oder nach rechts. Bewegt man also den Spiegel um eine halbe Wellenlänge, so hat sich die optische Weglängendifferenz um eine Wellenlänge geändert, so dass diese Spiegelverschiebung gerade einen hell-dunkel-hell- oder dunkel-hell-dunkel-Durchgang (meist als Streifen bezeichnet) im Interferenzmuster erzeugt. Die Bewegung des Spiegels S_1 erfolgt mittels der Spiegelverfahreinheit durch Drehung der Mikrometerschraube, wobei ein Skalenteil der Mikrometerschraube einem Verfahrensweg von $s = 1\mu m$ entspricht. Der Hersteller der Spiegelverfahreinheit gibt die Positioniergenauigkeit mit $\Delta s = 2\mu m + 0,02 \cdot s$ an.

3.2.6 Interferenz mit LEDs (alle Plätze)

Wie in Abb.11 dargestellt erfährt jedes Interferenzmuster von Licht einer bestimmten Wellenlänge eine individuelle Phasenverschiebung infolge eines Armlängenunterschied ΔL . Ist der Versatz der Armlängen größer als die halbe Kohärenzlänge, kann keine Interferenz beobachtet werden, da sich die Intensitäten aller Interferenzmuster so überlagern, dass der Streifenkontrast gegen null geht. Für Laser-Licht kann ΔL bis in den Meter-Bereich reichen, für Lichtquellen mit breiteren Frequenzspektren (z.B. LEDs) ist die Grenze hingegen schon bei wenigen μm erreicht. Interessanterweise, können mit geeigneten Farbfiltern Interferenzen auch außerhalb der Kohärenzlänge sichtbar gemacht werden - warum?

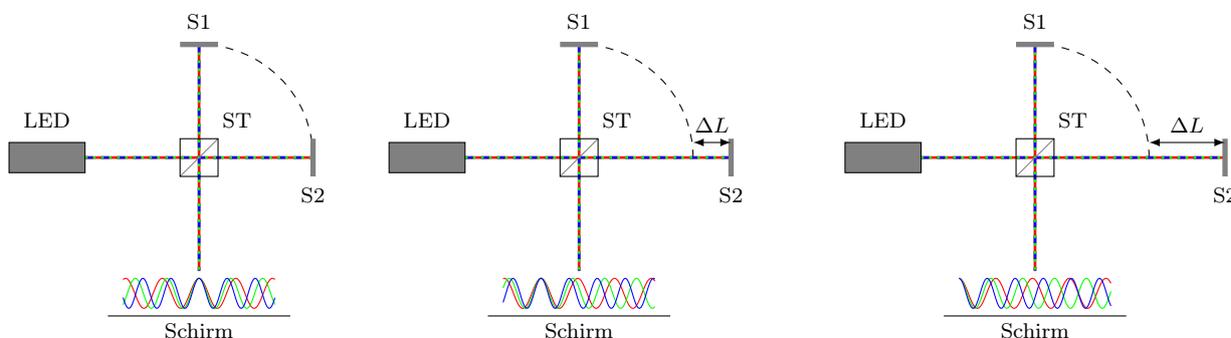


Abb. 11: Schematische Darstellung von Interferenzen am Michelson-Interferometer mit polychromatischem Licht. Im Falle von abgeglichenen Abständen zwischen Spiegel und Strahlteiler (Gangunterschied gleich null) liefert die Überlagerung der Interferenzmuster verschiedener Wellenlängen ein in Teilen beobachtbares Interferenzmuster (linker Fall). Mit zunehmenden Versatz zwischen den Spiegeln ΔL erfahren die Interferenzmuster verschiedener Wellenlängen unterschiedlich starke Phasenverschiebungen $\Delta\varphi = 2\Delta L \cdot k$, welche durch unterschiedliche Wellenzahlen hervorgerufen werden. Somit egalisieren sich zunehmend Maxima und Minima, wodurch der Interferenzstreifenkontrast gegen null läuft.

Die kleinen Kohärenzlängen des LED-Lichts stellen an die Justierung des Michelson-Interferometers besondere Anforderungen. Eine geometrische Grob- und anschließende Vorjustierung mit dem Laser ist daher unbedingt notwendig. Man beginnt mit einem Aufbau entspr. Abb. 6a und stellt die Mikrometerschraube der Verfareinheit des verstellbaren Spiegels (S_1) auf Mittelstellung. Anschließend verschiebt man die gesamte Einheit per Hand in Strahlrichtung, so dass das zentrale Maximum des Interferenzmusters möglichst groß wird. Bringt man jetzt die rote LED wie in Abb. 12 gezeigt vor dem Strahlteiler ein, ist die Chance sofort ein Interferenzmuster zu sehen recht gering.

Um ein Interferenzmuster zu finden, muss der Spiegel (S_1) mit der Mikrometerschraube vorsichtig verfahren werden. Gelingt die Darstellung eines Interferenzmusters auf dem Schirm innerhalb des gesamten Fahrwegs der Spiegeleinheit nicht, ist die Vorjustierung zu wiederholen. Schätzen Sie anschließend durch Verfahren des Spiegels (S_1) mit der Mikrometerschraube und Beobachtung des Interferenzbildes die Kohärenzlänge des roten LED-Lichts ab. Ist das Interferenzbild der roten LED mit größtmöglichem Kontrast abgebildet, wird in dieser Einstellung des Michelson-Interferometers die rote LED durch die weiße LED ersetzt und der Spiegel (S_1) mit der Mikrometerschraube vorsichtig soweit verfahren, dass die Interferenzfigur ähnlich Abb. 13 sichtbar wird. Schätzen Sie auch hier durch Verfahren des Spiegels (S_1) mit der Mikrometerschraube und Beobachtung des Interferenzbildes die Kohärenzlänge des weißen LED-Lichts ab.

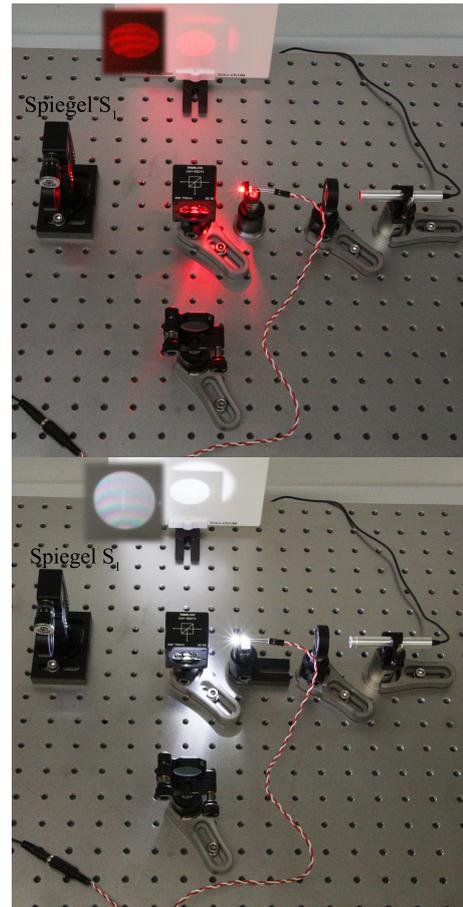
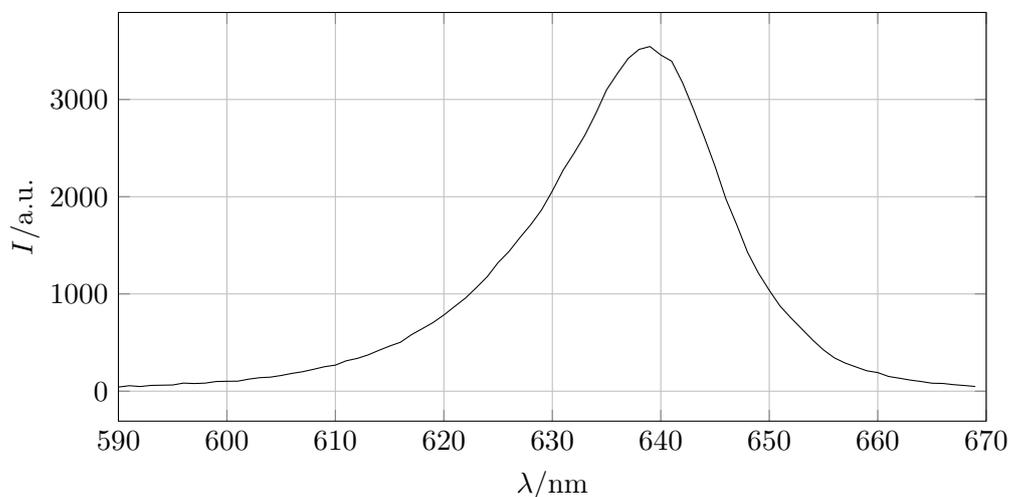


Abb. 13: Interferenz mit weißer LED

Die Kohärenzlänge ergibt sich aus dem maximalen Gangunterschied, bei dem die Interferenzen gerade verschwinden. Da die Lage des Kontrastmaximums schwer zu identifizieren ist, verschiebt man die Verfareinheit von minimalem über maximalem hin zu minimalem Kontrast und registriert die Lagen bei denen Kontrast entsteht s_1 und wieder verschwindet s_2 . Die Kohärenzlänge berechnet sich schlussendlich mit $L_k = |s_1 - s_2|$.

Für die im Versuch verwendete rote LED ist das Emissionsspektrum bekannt:



Welche Kohärenzlänge lässt sich daraus abschätzen?

4 Anhang

4.1 Interferenzen am Keil

Auf der ebenen Glasplatte des Tisches eines Messmikroskops erzeugt man mit Hilfe eines geraden Drahtes und einer planparallelen Glasplatte einen Luft- (oder Flüssigkeits-) Keil (Abb. 14).

Monochromatisches Licht wird über eine Glasplatte G (siehe Abb. 15) eingespiegelt. Man beobachtet abwechselnd helle und dunkle Streifen (Interferenzen gleicher Dicke), deren Anzahl N pro Längeneinheit x durch Auszählen im Messmikroskop ($x =$ Koordinate senkrecht zu den Streifen) gemessen und grafisch ausgewertet wird. Dem reziproken Abstand zweier benachbarter Streifen ($x_i - x_{i-1}$) entspricht der Anstieg $\frac{\Delta N}{\Delta x} = \frac{1}{x_i - x_{i-1}}$. Da der Phasensprung π an der unteren Glasplatte für alle Teilwellen gleich ist und bei der Differenzbildung herausfällt, ist der Phasenunterschied der jeweils zur Interferenz kommenden Teilwellen von einem dunklen Streifen (Strahlen-Paar 1) zum nächsten (2, siehe Abb. 14) gegeben durch den Gangunterschied:

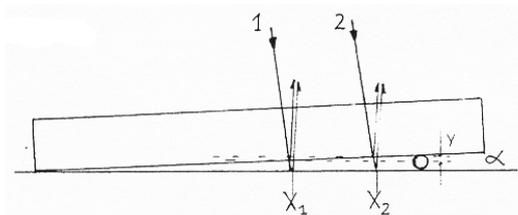


Abb. 14: Beobachtung von Interferenzen am Keil

$$\delta = 2y = 2 \tan \alpha \cdot (x_i - x_{i-1})$$

oder

$$\frac{\Delta m}{\Delta x} = \frac{1}{x_i - x_{i-1}} = \frac{2 \tan \alpha}{\lambda} \quad \text{bzw.} \quad \lambda = \frac{2n \tan \alpha}{\frac{\Delta m}{\Delta x}} \quad (9)$$

4.2 Newtonsche Ringe

Die Anordnung (Abb. 15) entspricht der Abb. 14, wobei die obere Glasplatte durch eine plankonvexe Linse ersetzt wird. Die Interferenzen gleicher Dicke sind jetzt konzentrische Kreise, deren Durchmesser D_i quadratisch mit den Gangunterschieden $\delta_i = 2(d_i + d_0) \approx 2d_i$ verknüpft sind und die in Abhängigkeit von der Anzahl N gemessen werden. (Erwarten Sie den zentralen Punkt hell oder dunkel?) Mit R als Linsenradius (typisch $R \approx 10$ m) und $d \approx \frac{D^2}{8R}$; ($d \ll D$) hängt für $d_0 \approx 0$ die Differenz der Quadrate zweier benachbarter Durchmesser mit der Differenz der zugehörigen Gangunterschiede ($d_i - d_{i-1} = \frac{\lambda}{2}$) wie folgt zusammen:

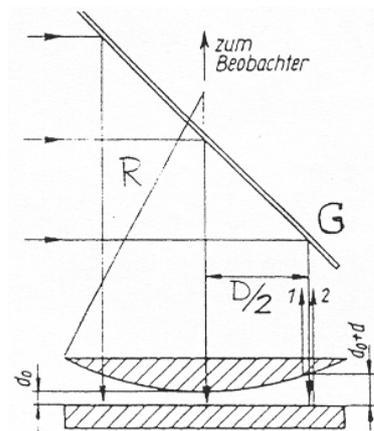


Abb. 15: Zur Beobachtung von Newtonschen Ringen

$$d_i - d_{i-1} = \frac{1}{8R} (D_i^2 - D_{i-1}^2)$$

woraus

$$\lambda = \frac{1}{4R} (D_i^2 - D_{i-1}^2) = \frac{1}{4R} \frac{\Delta(D^2)}{\Delta m} \quad (10)$$

folgt. Mittels Gleichung (10) kann eine unbekannte Größe (λ oder R) bestimmt werden.

4.3 Interferometer nach Jamin

Hier findet eine zweimalige Aufspaltung des Primärstrahls je an der Vorder- und Hinterseite zweier planparalleler Platten statt. Von den 4 entstehenden Teilstrahlen werden die beiden äußeren ausgeblendet. An jeder der (nahezu) gleichen Platten wird der Gangunterschied δ zwischen dem gebrochenen und an der Rückseite reflektierten ($2x$) und dem direkt reflektierten Strahl (y) betrachtet.

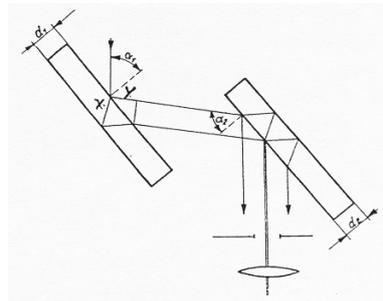


Abb. 16: Jamin'sches Interferometer

$$\delta_1 = 2x - y = \frac{2d_1 n}{\cos \beta} - 2d_1 \frac{\sin \beta \sin \alpha_1}{\cos \beta}. \tag{11}$$

Mit

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha_1}{n} \quad \text{und} \quad \sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$$

wird

$$\delta_1 = 2d_1 \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1}. \tag{12}$$

Der gleiche Gangunterschied tritt an der zweiten planparallelen Platte auf, so dass bei völliger Gleichheit und Parallelität beider Platten der gesamte Gangunterschied $\Delta_1 - \Delta_2$ verschwindet. Sind die Dicken und Neigungswinkel beider Platten etwas verschieden, so folgt aus Gleichung (12) ein resultierender Gangunterschied

$$\delta_1 - \delta_2 = 2d_1 \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} - 2d_2 \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_2} \tag{13}$$

Durch Verkippen (Änderung von α_1) einer Platte können die Abstände der beobachteten Streifen variiert werden. Wird in einen der beiden Strahlengänge ein anderes Medium (Brechzahl n_1 ; Länge der Küvette L) eingebracht, so entsteht ein zusätzlicher Gangunterschied δ infolge der optischen Wegänderung $L(n_0 - n_1)$ (vergleiche mit (5)):

$$L(n_0 - n_1) = \delta = m\lambda \tag{14}$$

4.4 Zum Interferenzterm der Intensität

Zur Berechnung der Intensität der Elongation $\xi_{res} = \xi_1 + \xi_2$ muss ξ_{res} komplex quadriert werden (Beachtung der Eulerschen Gleichung: $\cos \varphi = \frac{1}{2} (e^{i\varphi} + e^{-i\varphi})$ sowie des Spezialfalls gleicher Amplituden $\hat{\xi}_1 = \hat{\xi}_2$). Die Phasendifferenz zwischen den Elongationen an den Orten \vec{r}_1 und \vec{r}_2 in der xz -Ebene berechnet sich durch: $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = (\vec{k}_2 \vec{r}_2 - \varphi_2) - (\vec{k}_1 \vec{r}_1 - \varphi_1)$. Im Folgenden betrachten wird zwei ebene Wellen, dies sich hauptsächlich in z -Richtung ausbreiten und jeweils eine entgegengesetzte Verkippung in x -Richtung ($\pm k_x$) aufweisen. Das entsprechende Intensität berechnet sich folglich:

$$\begin{aligned}
I_{res} &= \left[\hat{\xi}_1 e^{i(\omega t + k_x x - k_z z - \varphi_1)} + \hat{\xi}_2 e^{i(\omega t - k_x x - k_z z - \varphi_2)} \right] \cdot \left[\hat{\xi}_1 e^{-i(\omega t + k_x x - k_z z - \varphi_1)} + \hat{\xi}_2 e^{-i(\omega t - k_x x - k_z z - \varphi_2)} \right] \\
&= e^{i(\omega t + k_x x - k_z z - \varphi_1)} \left[\hat{\xi}_1 + \hat{\xi}_2 e^{i\Delta\Phi} \right] \cdot e^{-i(\omega t + k_x x - k_z z - \varphi_1)} \left[\hat{\xi}_1 + \hat{\xi}_2 e^{-i\Delta\Phi} \right] \\
&= \hat{\xi}_1^2 + \hat{\xi}_2^2 + \hat{\xi}_1 \hat{\xi}_2 \cdot (e^{i\Delta\Phi} + e^{-i\Delta\Phi}) \\
&= \hat{\xi}_1^2 + \hat{\xi}_2^2 + 2\hat{\xi}_1 \hat{\xi}_2 \cdot \cos \Delta\Phi \\
&= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos \Delta\Phi
\end{aligned}$$

Der maßgebliche Phasenwinkel $\Delta\Phi$ nach Gleichung (15) und damit der Interferenzterm $\cos \Delta\Phi$ soll für zwei Spezialfälle diskutiert werden.

$$\Delta\Phi = (\varphi_2 - \varphi_1) - 2k_x x = k_z \Delta L + \beta k_z x \quad (15)$$

1. Bei konstantem β existieren nur Variationen in z -Richtung: $\Delta\Phi = k_z \Delta z = k_z \Delta L$ (Längenmessung).
2. Zum Anderen ist bei einer reinen Verkippung eines Spiegels die Phase nur mit $\beta \approx 2k_x/k_z$ veränderlich ($\Delta z = 0$) (Winkelmessung).

4.5 Zur Dichteabhängigkeit der Brechzahl

Die Maxwellsche Relation lautet $\varepsilon = n^2$ (für hinreichend hohe Frequenzen und starke Verdünnung, keine Wechselwirkung). Mit $n = 1 + \Delta n$; $n - 1 \ll 1$, z.B. in Luft gilt

$$\chi_{el} = \varepsilon - 1 = n^2 - 1 \quad \text{bzw.} \quad (1 + \Delta n)^2 - 1 \approx 2(n - 1) = 2\Delta n \quad (16)$$

(Vernachlässigung von $(\Delta n)^2$ gegen $2\Delta n$). Der Dichtezuwachs Δn beim Übergang von Vakuum in Luft ist wie $\chi_{el} \sim N$ (N - Teilchenzahl), d.h. $\sim p$ oder $\sim \rho$. Die Korrektur folgt aus der Zustandsgleichung:

$$\frac{\rho_0}{\rho(p, T)} = \frac{N_0}{N(p, t)} = \frac{T p_0}{T_0 p}$$

4.6 Zum Brechungsindex von Plexiglas

Bei der Bestimmung des Brechungsindex n einer transparenten planparallelen Platte ist die Differenz der optischen Wege zwischen gedrehter und ungedrehter Platte in einem Arm des Michelson-Interferometers zu berechnen. Dabei ist zu beachten, dass das Licht zweimal den Weg durch die Platte nimmt.

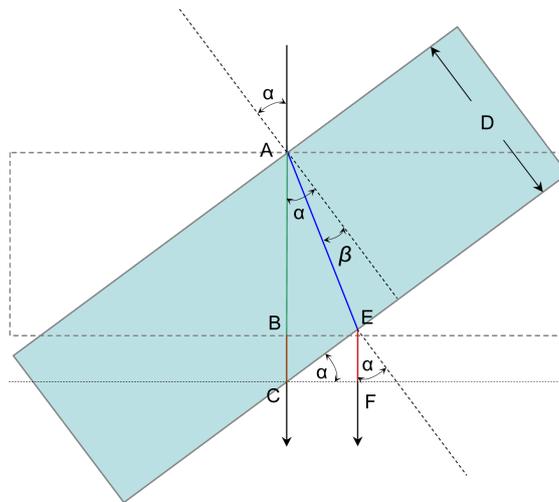


Abb. 17: Bestimmung des Brechungsindex von Plexiglas

Für die Differenz der beiden optischen Wege (gedreht minus ungedreht) entnimmt man der Abbildung 17:

$$2(n \cdot \overline{AE} + \overline{EF} - n \cdot \overline{AB} - \overline{BC}) = N \cdot \lambda$$

Die Geometrie liefert: $\overline{AB} = D$, $\overline{AE} = \frac{D}{\cos \beta}$, $\overline{AC} = \frac{D}{\cos \alpha}$, $\overline{BC} = \overline{AC} - D = \frac{D}{\cos \alpha} - D$ und $\overline{EF} = \overline{CE} \cdot \sin \alpha = D \cdot (\tan \alpha - \tan \beta) \cdot \sin \alpha$, woraus folgt:

$$\frac{N\lambda}{2D} = \frac{n}{\cos \beta} + \sin \alpha \tan \alpha - \sin \alpha \tan \beta - n - \frac{1}{\cos \alpha} + 1$$

Das lässt sich mit dem Brechungsgesetz $\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n}$ bzw. $\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}}$ umformen in

$$\frac{N\lambda}{2D} = \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha - n + 1$$

bzw.

$$\left(\frac{N\lambda}{2D} + \cos \alpha - 1 + n\right)^2 = n^2 - \sin^2 \alpha$$

also:

$$n = \frac{\sin^2 \alpha + \left(\frac{N\lambda}{2D} + \cos \alpha - 1\right)^2}{2\left(1 - \cos \alpha - \frac{N\lambda}{2D}\right)}$$

Autorenschaft

Diese Versuchsanleitung wurde in ihrer ursprünglichen Form von L. Jahn, H. Lichte und E. Koske erstellt und von R. Schwierz bearbeitet. Aktuelle Änderungen werden von der Praktikumsleitung durchgeführt.

Fragen

1. Wie beschreibt man mathematisch eine ebene harmonische Welle? Wodurch wird die Phase bestimmt?
2. Nennen Sie Ursachen für Phasenunterschiede; wie kann man den Gangunterschied beeinflussen (Interferenzapparate)?
3. Unter welcher Voraussetzung können zwei Wellen interferieren? Was versteht man unter Kohärenzbedingung?
4. Wie groß ist die Kohärenzlänge von Glühlampenlicht: $\lambda \approx 0,5 \mu\text{m}$; $\Delta\lambda \approx 0,3 \mu\text{m}$?
5. Was versteht man unter konstruktiver und destruktiver Interferenz?
6. Warum ist LASER-Licht besonders gut kohärent?
7. Skizzieren Sie den Strahlenverlauf in einem Michelson-Interferometer.
8. Wie wurde das historisch berühmte Michelson-Experiment zum Beweis der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum durchgeführt?
9. Wie lauten die Differentialgleichungen für eine Seilwelle, eine ebene elastische und eine ebene elektromagnetische Welle? Wovon hängen die jeweiligen Phasengeschwindigkeiten ab?
10. Wie berechnet man den Gangunterschied beim Michelson-Interferometer und anderen Interferenzapparaten?
11. Worauf beruht das Tolanski-Verfahren zur Dickenbestimmung?
12. Wie funktioniert ein Interferenzfilter? Wie und wozu stellt man eine vergütete Optik her?

Literatur

- [1] H.-J. Paus, *Physik in Experimenten und Beispielen*, V. C.-Hanser München, 1995
- [2] E. Hecht, *Optik*, Add. Wesley, 1989
- [3] W. Ilberg, M. Krötsch, D. Geschke, P. Kirsten, W. Schenk, A. Schneider, H. Schulze, *Physikalisches Praktikum für Anfänger*, Leipzig, 1994
- [4] W. Walcher, *Praktikum der Physik*, Teubner, 1989