

**TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DRESDEN**

Fakultät Physik

Physikalisches Grundpraktikum

Versuch: **MV**

Aktualisiert: am 01.04.2022

## Millikan-Versuch

### Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Aufgabenstellung</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Theorie</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Durchführung</b>	<b>3</b>
<b>5</b>	<b>Auswertung</b>	<b>6</b>
<b>6</b>	<b>Fragen zum Experiment</b>	<b>6</b>
<b>7</b>	<b>Checkliste</b>	<b>7</b>
	<b>Literatur</b>	<b>8</b>

## 1 Einleitung

Mit dem Millikan-Versuch kann die Elementarladung  $e$  sehr genau bestimmt werden. Darüber hinaus zeigt dieser Versuch, dass elektrische Ladungen immer als Vielfache der Elementarladung auftreten. Für seine Experimente verbesserte Millikan bereits bestehende Versuche erheblich. Dabei wählte er statt der leichtflüchtigen Flüssigkeiten Wasser und Alkohol das schwerflüchtige Öl sowie das hochgiftige Quecksilber. Darüber hinaus modifizierte er die Injektion in den Plattenkondensator. Mit diesem Messplatz untersuchte er die Steig- sowie Sinkgeschwindigkeit von geladenen Öltröpfchen in einem elektrischen Feld des Plattenkondensators und erhielt bis dahin die genauesten Werte für die Elementarladung. Für die sehr guten Ergebnisse erhielt er 1923 den Nobelpreis für Physik.

## 2 Aufgabenstellung

Überzeugen Sie sich mittels des Millikan-Versuches, dass elektrische Ladungen als ganzzahlige Vielfache der Elementarladung  $e$  auftreten. Außerdem ist die Größe der Elementarladung zu bestimmen.

## 3 Theorie

Im Wesentlichen gibt es zwei Methoden die Elementarladung zu bestimmen. Zum Einen die Schwebemethode und zum Anderen die Gleichfeldmethode. In diesem Versuch behandeln wir die Gleichfeldmethode. Bei der Gleichfeldmethode wird das Teilchen im Gravitationsfeld mit aus- und eingeschaltetem elektrischen Feld betrachtet. Im reinen Gravitationsfeld wirkt die Gewichtskraft des Öltröpfchens, die Auftriebskraft durch Verdrängung der Luft und die Reibungskraft nach Stokes. Bei eingeschaltetem elektrischem Feld wirkt zusätzlich die Kraft durch das elektrische Feld auf die geladenen Öltröpfchen. Nach dem Aufstellen der Kräftegleichgewichte und dem Auflösen nach Ladung ( $e_n$ ) erhalten wir folgende Gleichung zur Bestimmung der Gesamtladung auf einem Öltröpfchen:

$$e_n' = \frac{18\pi\eta d}{U} \sqrt{\frac{\eta\nu_F}{2g(\rho_{Oil} - \rho_L)}} (\nu_F + \nu_S) \quad (1)$$

- $e_n'$  - Ladung des Öltröpfchens ohne Korrektur
- $\eta$  - dynamische Viskosität von Luft
- $d$  - Plattenabstand ( $16.01 \pm 0.01$ ) mm
- $\nu_F$  - Fallgeschwindigkeit
- $\nu_S$  - Steiggeschwindigkeit
- $U$  - Spannung
- $g$  - Erdbeschleunigung,  $9,80665 \text{ ms}^{-2}$
- $\rho_{Oil}$  - Dichte des Öls
- $\rho_L$  - Dichte von Luft

Sind die sich in einem Gas bewegenden Öltröpfchen so klein, dass sich ihr Radius  $r$  ( $r = 1 \mu\text{m}$ ) in der gleichen Größenordnung wie die freie Weglänge  $l$  der Gasmoleküle ( $l = 0,1 \mu\text{m}$ ) befinden, muss die Stokesche Reibungskraft korrigiert werden. Die Korrektur wurde von Cunningham hergeleitet. Für die Gesamtladung ergibt sich daraus:

$$e_n = e_n' \left(1 + \frac{Kl}{r}\right)^{-\frac{3}{2}} \quad (2)$$

- $e_n$  - Ladung des Öltröpfchens mit Korrektur
- $K$  - Konstante  $\approx 0,86$

Da die mittlere freie Weglänge indirekt proportional zum Luftdruck ist ( $l \propto 1/p$ ), verwendete Millikan anstelle von  $l$  den Luftdruck  $p$ . Die Proportionalitätskonstante  $K$  wird in einer neuen Konstanten  $B$  zusammenfasst. Dies ergibt für die Gesamtladung:

$$e_n = \frac{18\pi\eta d}{U} \sqrt{\frac{\eta\nu_F}{2g(\rho_{Oil} - \rho_L)}} (\nu_F + \nu_S) \left(1 + \frac{B}{pr}\right)^{-\frac{3}{2}} \quad (3)$$

mit  $B \approx \left(6,25 + 0,027 \left(\frac{T}{[^\circ C]} - 23\right)\right) 10^{-5} \text{ Torr} \cdot \text{m}.$

Der Radius kann aus der quadratischen Gleichung Eq. 4

$$r^2 \left(1 + \frac{B}{pr}\right) = \frac{9\eta\nu_F}{2g(\rho_{Oil} - \rho_L)}. \quad (4)$$

bestimmt werden ( $1 \text{ Torr} = 133,322 \text{ Pa}$ ). Diese Gleichung ergibt sich aus dem Kräftegleichgewicht beim Fallen im Gravitationsfeld. Bereiten Sie vor dem Versuch die Formel zur Bestimmung der systematischen und statistischen Messunsicherheiten von  $e_n$  vor. Machen Sie sich des Weiteren mit der  $\chi^2$ -Methode vertraut und überlegen Sie sich, welche Unsicherheiten den größten Einfluss haben.

## 4 Durchführung

Zu Beginn ist zu prüfen, ob die Beleuchtungsquelle eingeschaltet und ob die Lampe den Eintrittspalt ausleuchtet ist (Minimalintensität verwenden). Die Verwendung von LED-Beleuchtung macht die Verwendung eines IR-Filters zur Reduzierung des Wärmeeintrags in das System obsolet. An dem Zerstäuber ist ein kleines Reservoir mit Öl angebracht, das gegebenenfalls nachzufüllen ist. Anschließend kann mit einer Pumpe das Öl durch den Zerstäuber befördert werden. Bei der Zerstäubung in kleine Tröpfchen werden diese geladen. Dabei wird eine feine Wolke von Öltröpfchen in den Glasdom geblasen. Ist der Hebel zum Verschließen/Öffnen des Glasdoms geöffnet, kann ein einzelnes oder können mehrere Öltröpfchen in den staubfreien Behälter gelangen. Schließen Sie anschließend den Hebel.

Hinweis: Dabei muss unbedingt darauf geachtet werden, dass beim Einsprühen der Teilchen der Plattenkondensator nicht geladen ist (Umschaltung auf aus, Abb. 2).

In dem staubfreien Behälter befindet sich der Plattenkondensator (Abb. 1). An der oberen Platte ist ein kleines Loch, durch welches die Öltröpfchen in den Raum zwischen den Platten gelangen können. Nachdem man ein- oder zweimal die Pumpe bei geöffnetem Hebel (senkrechte Stellung) betätigt hat, wird die Öffnung wieder geschlossen (waagerechte Stellung), damit nicht weitere Öltröpfchen während der Messung in den Behälter gelangen können. Dieser ist durch einen Glaskäfig gegen Luftströmungen geschützt, die die Fall- bzw. Steiggeschwindigkeit überlagern könnten.

Die Bewegung der Tröpfchen können Sie direkt mit einer Kamera am Computer verfolgen. Starten Sie hierfür das Programm TSO-VidMess und aktivieren Sie den Live-Modus. Bevor Sie die Öltröpfchen sehen können, müssen Sie die Ebene, in der sich diese bewegen, fokussieren. Nutzen Sie für eine Grobfokussierung die beiliegende Nadel als Referenzobjekt und führen diese in die entsprechende Durchführung ein. Danach können Sie die Öltröpfchen am Rad des Fernrohrs scharf stellen.

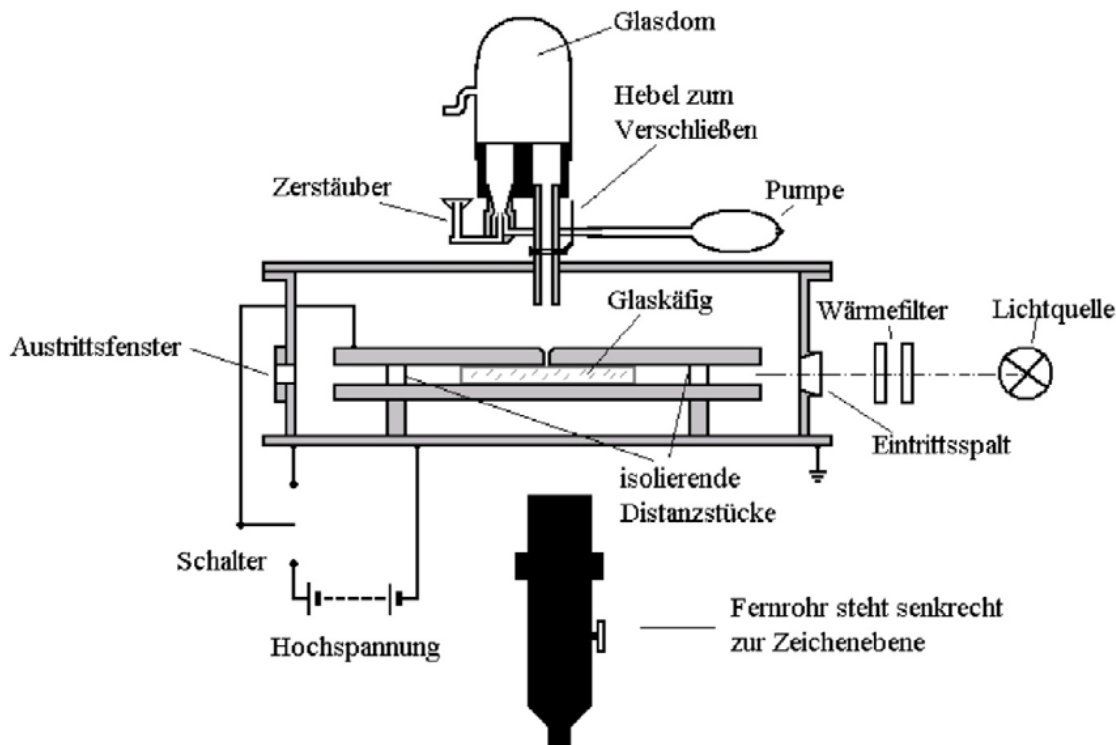


Abb. 1: Versuchsanordnung zum Millikan-Versuch

Die Öltröpfchen erscheinen als kleine helle Lichtpunkte auf dunklem Hintergrund (Dunkelfeld). Der Wärmeeintrag durch die Beleuchtung sollte gering gehalten werden. Dazu kann während der Messung das Licht so weit abgeschwächt werden, dass man das Teilchen mittels der Dunkelfeldbeleuchtung gerade noch gut erkennen kann (optimale Lichtstärke). Dies ist mittels einer Blende an der Lampe einzustellen. Sind trotz veränderter Scharfstellung keine Teilchen zu sehen, sollten Sie den oben beschriebenen Füllvorgang wiederholen. Schalten Sie dazu die Hochspannung aus, öffnen Sie den Hebel, Pumpen etwas Öl durch den Zerstäuber und schließen nach kurzer Zeit den Hebel wieder, beachten sie dabei, dass nur wenige Öltröpfchen zwischen die Kondensatorplatten gelangen.

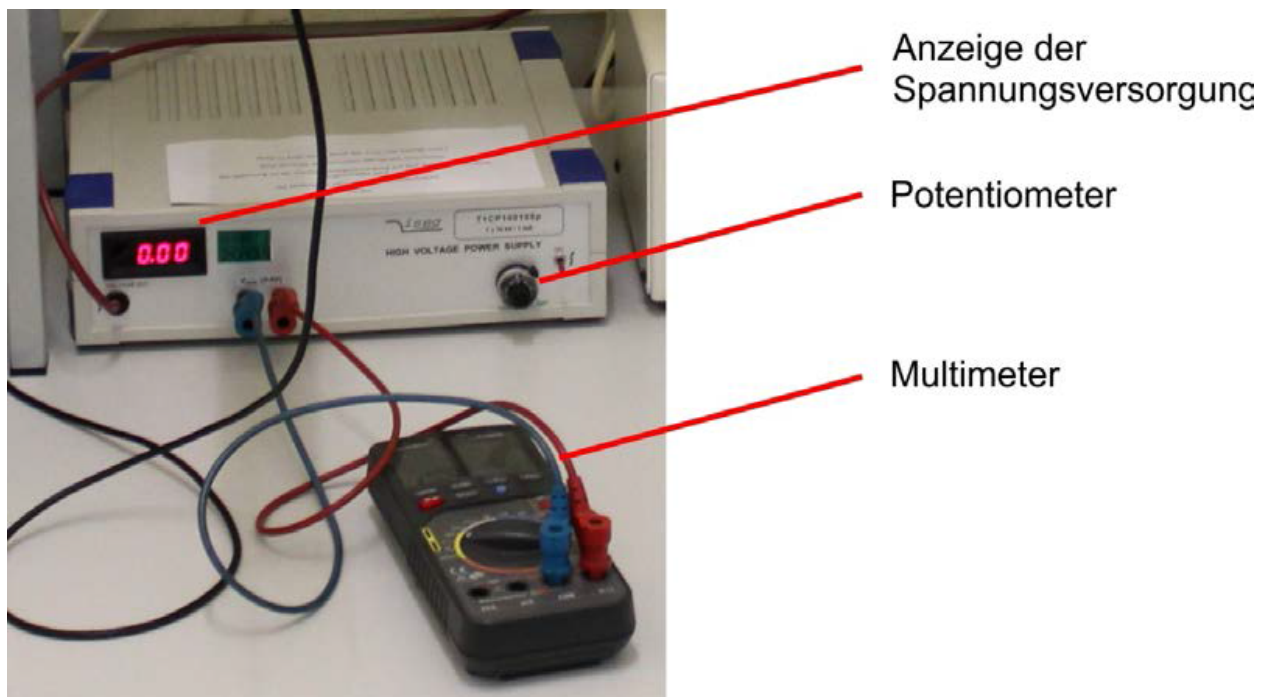
Zunächst sollte geprüft werden, welches Teilchen für die Messungen geeignet ist. Dazu ist kurzzeitig eine Spannung von ca. 0,5 kV an der Spannungsversorgung (Abb. 3) einzustellen. Auf geladene Teilchen wirkt nun eine Kraft durch das elektrische Feld. Betrachten Sie nun ein fallendes Teilchen ohne eingeschaltete Spannung am Plattenkondensator (machen Sie sich vorher klar, welcher Richtung das Fallen auf dem Bildschirm entspricht) und wählen Sie die Polarität (Abb. 2) so, dass es aufsteigt. Stellen Sie die Hochspannung dabei etwa so ein (häufig zwischen 2 - 3 kV), dass die Steiggeschwindigkeit des ausgewählten Teilchens etwa doppelt so groß ist wie seine Fallgeschwindigkeit.

Ist ein Teilchen ausgewählt und die entsprechende Hochspannung abgeschätzt, können die Fall- und Steiggeschwindigkeiten gemessen werden. Dazu wird mittels des Programms TSO-VidMess eine Messreihe gestartet, wobei es sich bewährt, die Anzeige der jeweiligen Messwerte für die zurückgelegte Strecke, dafür benötigte Zeit und daraus resultierende Geschwindigkeit in Tabellenform durch einen Mausklick auf das Balkendiagramm in der rechten Menüleiste zu aktivieren.

Bei ausgeschalteter Spannung wird zunächst eine aktuelle Position des Teilchens möglichst nahe der oberen Kondensatorplatte markiert. Dazu wird vorher in der linken Menüleiste des Programms der Polygonzug zur  $v$ -Messung bei einer Vergrößerung mit Faktor  $x = 1$  ausgewählt und die Startposition des Tröpfchens durch Klick mit der linken Maustaste festgelegt. Anschließend wird das Teilchen verfolgt, bis es im Kondensator unten angekommen ist. Dort wird mit der linken Maustaste wieder



**Abb. 2:** Umschaltung für die Hochspannung. Damit kann die Polarität der Hochspannung an dem Plattenkondensator um- oder ausgeschaltet werden.



**Abb. 3:** Spannungsversorgung des Plattenkondensators und Multimeter. Das Multimeter zeigt die Hochspannung um den Faktor 2000 niedriger an. An dem Potentiometer ist die Spannung einzustellen.

ein Punkt auf das Teilchen gesetzt und anschließend die Spannung zum Steigen eingeschaltet. Auf diese Weise sind 8-10 Fall- und Steiggeschwindigkeiten eines Teilchens zu messen.

Durch Klick mit der rechten Maustaste wird der Wert der Teilchengeschwindigkeit berechnet und mit Doppelklick der linken Maustaste oder Klick auf „Speichern in die Tabelle“ (Auswahlbutton in der oberen Menüleiste) in der oben aktivierten Tabelle abgespeichert. Die Messung und Abspeicherung der Steiggeschwindigkeit erfolgt in analoger Weise bei der Bewegung des Tröpfchens in die entgegengesetzte Richtung, wobei beim Erreichen des entsprechenden Bildrandes die Hochspannung abzuschalten ist.

Wiederholen Sie die Messung für mindestens 5 Teilchen und vergessen Sie keinesfalls, die jeweiligen eingestellten Hochspannungen und die gemessenen Temperaturen der Anordnung zu notieren.

Außerdem ist bei den Messreihen sehr genau auf die Geschwindigkeit bei angelegtem elektrischem Feld zu achten. Es kann bei gleicher angelegter Spannung sich durchaus eine Veränderung der Steiggeschwindigkeit einstellen. Das passiert genau dann, wenn sich das Teilchen umlädt. Dabei kann das Tröpfchen Ladungen (Ionen) aus der Luft aufnehmen oder an sie abgeben. Dies sollte auf jeden Fall berücksichtigt werden, da sich dadurch die Anzahl der zu bestimmenden Ladungen um ein Vielfaches vergrößern kann. Es sei noch erwähnt, dass Umladungen keinen vorhersagbaren Gesetzen gehorchen. Durchaus kann sich die Ladungsmenge auf einem Tröpfchen während einer Zeit von einer Stunde nicht oder binnen Sekunden mehrmals ändern. Während einer halben Stunde sind durchaus bis zu 5 Umladungen beobachtet worden. Während des Versuchsablaufs sind noch die Luftfeuchtigkeit (ein Hygrometer befindet sich unmittelbar im Raum D114) und der Luftdruck an den Quecksilberbarometern im Raum D113 zu messen. Für alle weiteren benötigten Werte liegen Tabellen aus.

## 5 Auswertung

Anhand der gemessenen Steig- und Fall-Geschwindigkeiten berechnen Sie anhand Gl. 3 für jedes Tröpfchen die Ladung und deren stat. und syst. Messunsicherheiten. Aus diesen Ergebnissen soll nun die Elementarladung bestimmt werden. Dazu stellen Sie  $\chi^2$  als Funktion der zu bestimmenden Elementarladung  $e$  grafisch dar und identifizieren das Minimum.

$$\chi^2(e) = \sum_{i=1}^N \frac{(Q_i - N_i(e) \cdot e)^2}{\Delta Q_i^2} \quad \text{mit} \quad N_i(e) = \left\lfloor \frac{Q_i}{e} + 0,5 \right\rfloor \quad (5)$$

Die Gaußklammern „ $\lfloor \dots \rfloor$ “ bezeichnen hierbei das Abrunden auf ganze Zahlen. Somit bezeichnet  $N_i$  das auf ganze Zahlen gerundete Verhältnis von Tröpfchenladung und angenommener Elementarladung. Das (globale) Minimum von  $\chi^2$  ergibt somit die beste Schätzung für alle Ladungszahlen  $N_i$  und aus der Minimalbedingung lässt sich eine Bestimmungsgleichung für  $e$  ermitteln. Die statistische Unsicherheit für  $e$  ergibt nach der  $\chi^2$ -Methode sich aus:

$$\Delta e_{\text{stat}} = \sqrt{\frac{2}{\partial^2 \chi^2 / \partial e^2}}.$$

Die systematische Unsicherheit ergibt sich wie gewohnt durch Fehlerfortpflanzung angewandt auf die Bestimmungsgleichung für  $e$ .

## 6 Fragen zum Experiment

- Welche Kräfte werden durch elektrische und magnetische Felder auf Ladungen ausgeübt?
- Wovon hängt die elektrische Feldstärke im luftgefüllten Plattenkondensator ab?
- Unter welchen Bedingungen gilt für die Reibungskraft eines in einem Gas bewegten Körpers das Gesetz von Stokes?
- Wie hängt die Zähigkeit eines Gases qualitativ von Druck und Temperatur ab?
- Welche Kräfte wirken auf ein geladenes Tröpfchen im feldfreien, luftgefüllten Kondensator bzw. im luftgefüllten Kondensator mit vertikal gerichtetem homogenem elektrischem Feld?
- Wie lauten in diesen Fällen die Bewegungsgleichungen und deren Lösungen? (Ansatz:  $z(t) = c_1 + c_2 e^{-\alpha t} + c_3(t)$ ) Wann schwebt das Tröpfchen?

- Gibt es andere Möglichkeiten die Elementarladung zu bestimmen?
- Was versteht man unter der mittleren freien Weglänge? Wie groß ist sie für Luft unter Normalbedingungen (Größenordnung)?
- Berechnen Sie mit dem Gauß'sche Fehlerfortpflanzungsgesetz die Standardabweichung der Funktion  $Z = (1/x + 1/y)/\sqrt{x}$  bei bekannten Standardabweichungen  $s_{\bar{x}}$  and  $s_{\bar{y}}$ !
- Durch welche Vorgänge können die Öltröpfchen geladen oder umgeladen werden?
- Welche Vorteile bieten Öltröpfchen gegenüber Wassertröpfchen?
- Die Messergebnisse einer Studentengruppe sind

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= (41.30 \pm 0.83) 10^{-19} \text{ As} & Q_2 &= (11.07 \pm 0.22) 10^{-19} \text{ As} \\
 Q_3 &= (26.96 \pm 0.54) 10^{-19} \text{ As} & Q_4 &= (22.05 \pm 0.44) 10^{-19} \text{ As} \\
 Q_5 &= (34.71 \pm 0.69) 10^{-19} \text{ As}
 \end{aligned}$$

Die angegebenen Vertrauensgrenzen für eine statistische Sicherheit von 99% ergaben sich aus den zufälligen Fehlern der Steig- und Fallzeiten (Ergebnisse sind noch nicht sinnvoll gerundet!). Überzeugen Sie sich davon, dass u.a. folgende Ladungen als Elementarladung in Frage kommen:

$$e^*/10^{-19} \text{ As} = 2.208; 1.820; 1.582; 1.398, 1.238$$

- Woran liegt es, dass dieses Experiment keine eindeutige Bestätigung für eine Elementarladung liefert?
- Der Tröpfchenradius liegt in der Größenordnung 1 $\mu$ m. Können Sie aus dem Mikroskopbild noch Schlüsse über Teilchenform oder Teilchengröße ziehen?
- Warum muss beim Einsprühen von Öltröpfchen der Kondensator spannungslos sein?
- Wie kann man erreichen, dass die Ladungsänderung eines im Kondensator befindlichen Öltröpfchens wahrscheinlicher wird? Wie erkennt man eine Ladungsänderung bei den Messungen?
- Voraussetzung für (3) ist, dass die Tröpfchen bei Messbeginn ihre konstanten Endgeschwindigkeiten erreicht haben. Welche Zeit muss nach Wechsel der Bewegungsrichtung verstreichen, bis sich die zeitabhängige Fallgeschwindigkeit  $v_F(t)$  ihrem Endwert  $\nu_F(t)$  converges its terminal value  $\nu_F = 0.1 \text{ mm/s}$  bis auf 1%? Abweichung genähert hat? Die Lösung der Bewegungsgleichung ergibt:

$$\nu_F(t) = \nu_F \left( 1 - e^{-\frac{g(1-\rho_L/\rho_{Oil})t}{\nu_F}} \right)$$

- Die Messung der Fallzeit des Tröpfchens (ohne elektrisches Feld) dient dazu, indirekt sein Gewicht (abzüglich Auftrieb) zu bestimmen. Könnte man die Öltröpfchen mit einer relativen Messunsicherheit von  $10^{-3}$  auch mit einer mechanischen Waage wägen ( $r = 1 \mu\text{m}$ ,  $\rho_{Oil} = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ )?

## 7 Checkliste

- Beleuchtungsquelle eingeschaltet
- Öl im Reservoir geprüft
- Hebel öffnen

- Hochspannung aus
- Zerstäuber betätigen
- Hebel schließen
- Start the program TSO-VidMess
- Programm TSO-VidMess starten
- Öltröpfchen scharf stellen
- Ladung der Tröpfchen prüfen
- geeignete Hochspannung abschätzen
- Meissreihen aufnehmen:  
Fall- und Steiggeschwindigkeiten (8–10)  
Hochspannungen
- Temperatur, Luftfeuchtigkeit, Luftdruck, Dichte von Luft
- $\chi^2$ -Methode

## Autorenschaft

Diese Versuchsanleitung wurde in ihrer ursprünglichen Form von T. Fey erstellt. Aktuelle Änderungen werden von der Praktikumsleitung durchgeführt.

## Literatur

- [1] E. W. Schpolski, *Atomphysik - Teil I*, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1973
- [2] W. Walcher, *Praktikum der Physik*, Teubner-Verlag, Stuttgart 1994
- [3] R. A. Millikan, *The isolation of an ion, a precision measurement of its charge, and the correction of Stokes's law*, Physical Review 32(4), pp. 349–397, 1911,
- [4] R. A. Millikan, *The electron*, University of Chicago Press, Chicago 1963