



**TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DRESDEN**

Fakultät Physik

Physikalisches Grundpraktikum

Versuch: **OS**

Aktualisiert: am 11.04.2025

Oberflächenspannung

Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabenstellung	2
2	Grundlagen	2
2.1	Oberflächenspannung	2
2.2	Grenzflächenspannung	4
3	Messprinzip	5
3.1	Abreißverfahren	5
3.2	Torsionswaage	7
4	Versuchsdurchführung	7
4.1	Vorversuch	8
4.2	Kalibrierung der Torsionswaage	8
4.3	Aufnahme der Messreihe	8
5	Auswertung und Abschätzung der Messunsicherheiten	9
5.1	Zusammenfassung und Diskussion	11
	Fragen	12
	Literatur	12

1 Aufgabenstellung

Bestimmen Sie mit dem Abreißverfahren die Oberflächenspannung einer Flüssigkeit.

2 Grundlagen

Warum steigt Wasser in einem Schwamm auf? Wieso können bestimmte Insekten auf einer Wasseroberfläche laufen? Dies sind Fragestellungen, deren Beantwortung eng mit den wirkenden Kräften zwischen den Wassermolekülen verknüpft ist.

Grundsätzlich bestimmen Kräfte zwischen den Molekülen oder Atomen den Aggregatzustand von Materie: Je nach Größe der Kräfte entstehen feste, flüssige oder gasförmige Substanzen. Die Moleküle einer Flüssigkeit befinden sich im Gleichgewicht in einem *festen Abstand* voneinander und wirken einer Vergrößerung oder Verkleinerung dieses Abstandes entgegen. Dies bedeutet, dass die Molekularkräfte in einem kleineren Abstand als dem Gleichgewichtsabstand abstoßend und in einem größeren Abstand anziehend sein müssen. Wir können uns daher zwischenmolekulare Kräfte als Überlagerung einer Abstoßungskraft mit kürzerer Reichweite und einer Anziehungskraft mit längerer Reichweite vorstellen, die sich im Gleichgewichtsabstand der Moleküle gerade kompensieren, bei jeder Veränderung dieses Abstandes allerdings zur Wirkung kommen.

Man schreibt diesen Molekularkräften eine kugelförmige sogenannte *Wirkungssphäre* (Wirkkugel) zu, in der ein im Mittelpunkt liegendes Molekül nur auf Moleküle, die sich innerhalb dieses Raumgebietes befinden, Kräfte ausüben kann. Der Radius dieser Wirkungssphäre liegt bei etwa 10^{-10} m bis 10^{-8} m. Die Anziehungskräfte zwischen den Bausteinen eines Stoffes (Atome, Moleküle, Ionen) werden *Kohäsionskräfte* genannt. Entsprechend gibt es an Grenzflächen verschiedener Stoffe ebenfalls anziehende Kräfte, die zwischen deren (verschiedenen) Bausteinen wirken. Diese Kräfte werden als *Adhäsionskräfte* bezeichnet. Besonders auffällig werden die Wirkungen dieser Molekularkräfte in Flüssigkeiten bei den Erscheinungen der Oberflächenspannung.

2.1 Oberflächenspannung

In Abbildung 1 sind in einer Flüssigkeit drei Moleküle M_1 , M_2 und M_3 mit ihren Wirkungssphären in verschiedener Entfernung von der Flüssigkeitsoberfläche dargestellt. M_1 befindet sich mit seiner Wirkungssphäre vollständig in der Flüssigkeit. Von allen Seiten wirken die Anziehungskräfte gleich stark, so dass sie sich gegenseitig aufheben. M_2 befindet sich nahe an der Oberfläche. Die Wir-

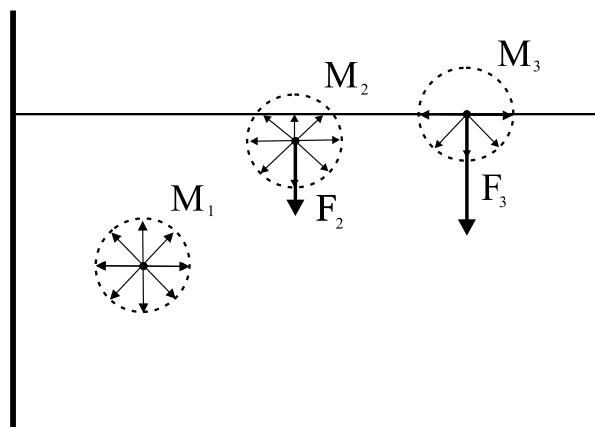


Abb. 1: Wirkungssphären von Molekülen in einer Flüssigkeit

kungssphäre wird somit um den Teil über der Oberfläche verringert. In diesem Bereich fehlt die anziehende Kraft der Nachbarmoleküle, denn die Dichte der Gasmoleküle oberhalb der Grenzfläche ist so klein, dass deren Wirkung vernachlässigt werden kann. Es entsteht also eine resultierende Kraft \vec{F}_2 , die senkrecht in die Flüssigkeit zeigt. Diese Kraft nimmt ihren größten Wert an, wenn sich das Molekül direkt an der Oberfläche befindet (M_3). Es erfahren demnach alle in der Flüssigkeitsoberfläche und der darunter liegenden Schicht von der Dicke des halben Durchmessers der Wirkungssphäre befindlichen Moleküle einen in Richtung des Flüssigkeitsinneren gerichteten Druck, der als *Kohäsionsdruck* bezeichnet wird. Um ein Flüssigkeitsteilchen aus dem Inneren an die Oberfläche zu bringen, ist Arbeit notwendig, während der umgekehrte Vorgang mit einem Gewinn von Energie verbunden ist. Somit besitzen alle an der Flüssigkeitsoberfläche liegenden Moleküle einen Vorrat an potentieller Energie (*Oberflächenenergie*).

Bei der Vergrößerung einer Flüssigkeitsoberfläche A um ΔA müssen mehr Moleküle zur Oberfläche oder in oberflächennahe Bereiche gebracht werden, was eine zur Oberflächenänderung proportionale Arbeit ΔW erfordert. Der Proportionalitätsfaktor

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A} \tag{1}$$

ist die spezifische Oberflächenenergie, die im Allgemeinen als *Oberflächenspannung* bezeichnet wird. Betrachtet man die Kraft F , gegen die die Arbeit dW verrichtet werden muss, dann lässt sich für σ noch ein anderer Ausdruck angeben. Hierzu wird eine Flüssigkeitshaut untersucht, die in einem Drahtbügel D aufgespannt ist. Auf diesem Bügel gleitet ein dünner Draht der Länge l (siehe Abb. 2). Wird dieser Draht mit der Kraft F in die in der Zeichnung angegebenen Richtung gezogen, so muss die Arbeit $dW = F dx$ verrichten werden. Dabei wird die Oberfläche der Flüssigkeit um

$$dA = 2l \cdot dx$$

vergrößert. Der Faktor 2 berücksichtigt, dass die Flüssigkeitshaut zwei Oberflächen besitzt, die beide um $l \cdot dx$ vergrößert werden. Damit ergibt sich für σ :

$$\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{F dx}{2l \cdot dx} = \frac{F}{2l} \tag{2}$$

Aufgrund der doppelten Oberfläche ist $2l$ die Länge der beweglichen Oberflächenbegrenzung. Bezeichnet man diese mit s , erhält man die folgende Gleichung für σ sowie ihre äquivalente differentielle Form:

$$\sigma = \frac{F}{s} \quad \text{und} \quad \sigma = \frac{dF}{ds} \tag{3}$$

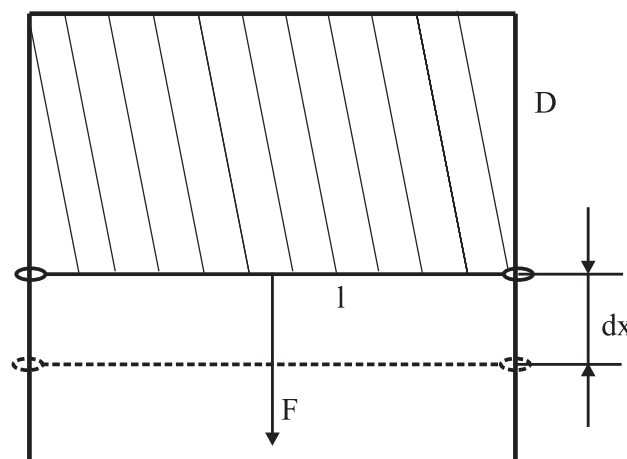


Abb. 2: Modellversuch zur Vergrößerung einer Flüssigkeitsoberfläche

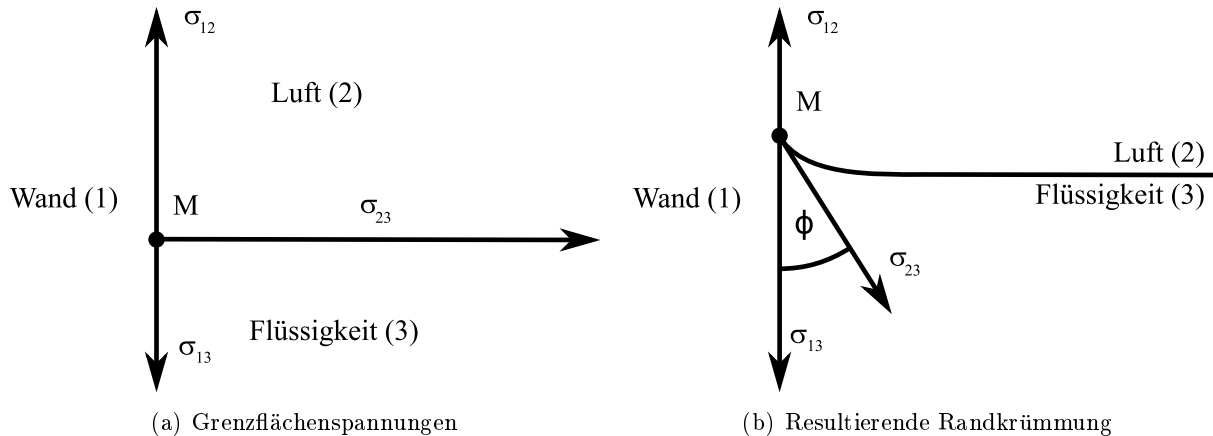


Abb. 3: Flüssigkeit in einem Gefäß

2.2 Grenzflächenspannung

Von Oberflächenspannung wird im engeren Sinne nur dann gesprochen, wenn die Flüssigkeit an ihren eigenen gesättigten Dampf grenzt. In allen anderen Fällen handelt es sich korrekterweise um *Grenzflächenspannungen*. Auf ein Randmolekül wirken dann sowohl Kohäsionskräfte F_K in die Flüssigkeit hinein als auch Adhäsionskräfte F_A in Richtung des angrenzenden Mediums.

Im Weiteren wird die Gestalt der Grenzfläche betrachtet, wenn sich eine Flüssigkeit in einem Gefäß im Schwerfeld befindet. Dabei tritt unter der Wirkung der Oberflächenspannung die sogenannte *Randkrümmung* auf. In engen Gefäßen (Kapillaren) kommt es dadurch sogar zum Ansteigen oder auch Absenken der Flüssigkeitssäule.

Am Molekül M der Flüssigkeit grenzen die drei Medien Wand (1), Luft (2) und Flüssigkeit (3) aneinander (Abb. 3(a)). Es greifen daher am Molekül drei Grenzflächenspannungen an. Die beiden Grenzflächenspannungen σ_{12} und σ_{13} sind entgegengesetzt gerichtet und haben ungleiche Beträge. σ_{23} hat bei dieser Zeichnung keinen Einfluss auf das Gleichgewicht, da waagerechte Spannungen von der Wand kompensiert werden. Das System befindet sich also nicht im Gleichgewicht. Da hier σ_{12} größer ist als σ_{13} , wird das Molekül nach oben gezogen. Die Oberfläche der Flüssigkeit krümmt sich. Dadurch entsteht eine Komponente von σ_{23} , die nach unten gerichtet ist. Die senkrechte Komponente von σ_{23} hat die Größe $\sigma_{23} \cdot \cos \phi$. Im Gleichgewicht gilt dann:

$$\sigma_{13} + \sigma_{23} \cdot \cos \phi = \sigma_{12} \quad \Rightarrow \quad \cos \phi = \frac{\sigma_{12} - \sigma_{13}}{\sigma_{23}} \quad (4)$$

Für $\sigma_{12} > \sigma_{13}$ wird $\phi < 90^\circ$, d.h. die Oberfläche krümmt sich wie in Abbildung 3(b) von oben gesehen konkav. Ist $\sigma_{12} < \sigma_{13}$, so wird $\phi > 90^\circ$, d.h. die Oberfläche krümmt sich konvex. Dieser Effekt ist beispielsweise bei Quecksilber zu beobachten.

Wenn $|\sigma_{12} - \sigma_{13}| > \sigma_{23}$ ist, kann sich kein Gleichgewicht einstellen und das System strebt einem Grenzwert zu ($\phi = 0^\circ$: vollständige Benetzung; $\phi = 180^\circ$: keine Benetzung). Die Grenzflächenspannung σ_{23} zwischen der Flüssigkeit und dem Gas kann näherungsweise mit der Oberflächenspannung σ der Flüssigkeit gleichgesetzt werden. Sie wirkt wie in Abb. 3(b) zusammen mit σ_{13} der nach oben gerichteten Spannung σ_{12} entgegen. Bei einer bestimmten Oberflächenkrümmung stellt sich ein Gleichgewicht ein.

3 Messprinzip

3.1 Abreißverfahren

Zur Bestimmung der Oberflächenspannung nach dem Abreißverfahren werden spezielle Bügel verwendet. Die Bügel bestehen aus einem Metallrahmen, in dem ein dünner Metalldraht (Platin, siehe Abb. 4) eingespannt ist. Dieser wird mit einer geeigneten Zugvorrichtung (Torsionswaage, siehe Abb. 5) gewogen.

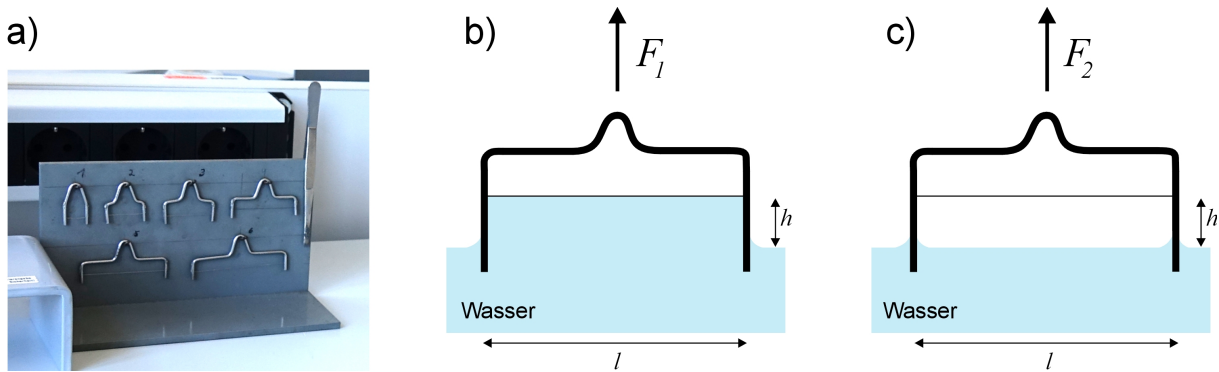


Abb. 4: a) Verschiedene Bügel mit Platindrähten und Pinzette zum Anfassen der Bügel, b) Eingetauchter Bügel mit Flüssigkeitslamelle, c) Gleich tief eingetauchter Bügel ohne Flüssigkeitslamelle

Bei der späteren Wägung des Bügels mit und ohne Flüssigkeitslamelle muss die Nullpunkteinstellung der Waage so gewählt werden, dass der Bügel jedes mal genau so tief in das Wasser eintaucht und eine gleiche Höhe h zwischen Platindraht und Wasseroberfläche gewährleistet ist (siehe Abb. 4b und 4c).

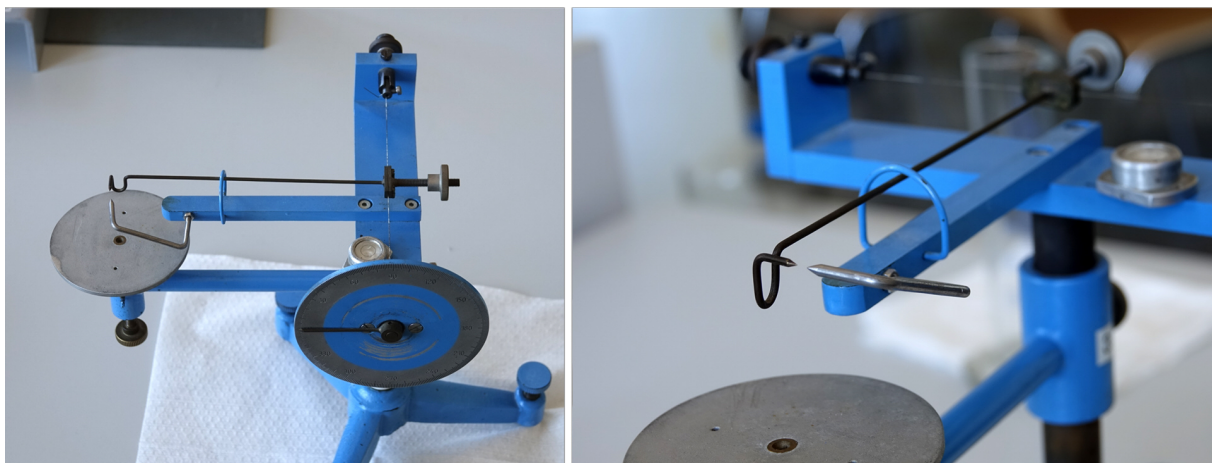


Abb. 5: Torsionswaage

Bei der Kraftmessung handelt es sich um eine Differenzmessung aus 2 Kräften F_1 und F_2 (siehe Abb. 4b und 4c). F_1 ist die Kraft im Gleichgewicht der Torsionswaage aus Gewichtskraft F_G des Bügels abzüglich der Auftriebskraft F_A des eingetauchten Bügels plus die Kraft F_σ zur Überwindung der Oberflächenspannung und zur Erzeugung der Lamelle. F_2 ist nur die Kraft im Gleichgewicht aus Gewichtskraft des Bügels abzüglich der Auftriebskraft des eingetauchten Bügels. Da hier keine Lamelle vorhanden ist, gibt es hier auch keine Kraft zur Vergrößerung der Oberfläche. Es gilt:

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= F_G - F_A + F_\sigma \\ F_2 &= F_G - F_A \end{aligned} \right\} \rightarrow F_\sigma = F_1 - F_2$$

Die Gewichtskraft der Lamelle wird bei dieser Betrachtung vernachlässigt. Je dünner der Platindraht ist, um so dünner ist auch die Lamelle, die am Platindraht hängt und damit die zu vernachlässigende Gewichtskraft der Flüssigkeitslamelle.

Durch Ermittlung der Drahtlänge der Bügel wird nun über Gleichung (2) der Zugang zur Bestimmung der Oberflächenspannung ermöglicht.

$$\sigma = \frac{F_\sigma}{2l} = \frac{F_1 - F_2}{2l} \quad (5)$$

Um die beiden Kräfte F_1 und F_2 möglichst korrekt zu messen, wird folgende Vorgehensweise empfohlen (siehe hierzu auch Abb. 6).

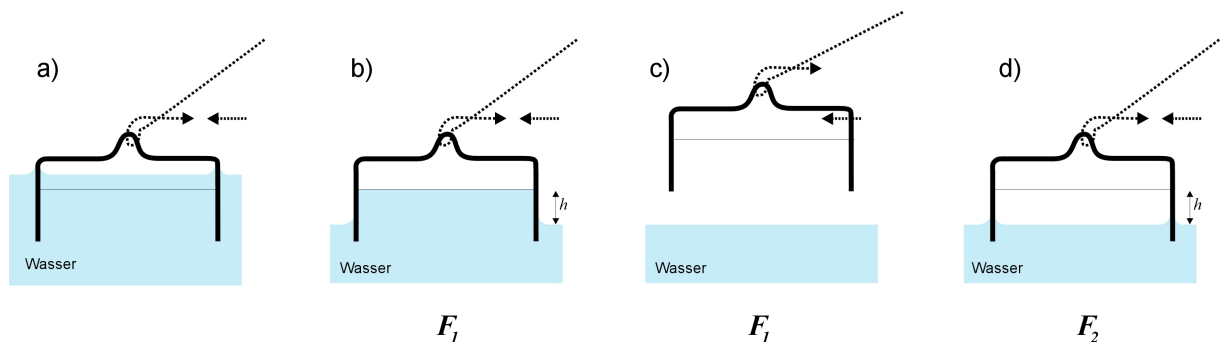


Abb. 6: Einzelne Schritte zur Messung der Kräfte F_1 und F_2 (siehe Text). Die gestrichelten Linien mit Pfeilen symbolisieren jeweils die Lage der Torsionswaage und der zugehörigen Nullmarke.

- Die Apparatur wird zum Anfang so justiert, dass sich der Bügeldraht unterhalb der Wasseroberfläche befindet und vollständig mit Wasser benetzt ist und die Waage sich im Gleichgewicht befindet. Dazu wird die Höhe der Petrischale mit Wasser auf die entsprechende Höhe eingestellt und die Waage gleichzeitig auf die Gleichgewichtslage justiert. Welchen Winkelwert die Waage dabei anzeigt, ist relativ egal, da dieser Wert nicht für die Messung relevant ist, solange die Waage im linearen (Hookeschen) Bereich verwendet wird.
- Jetzt muss sehr vorsichtig und präzise weitergearbeitet werden! Mit der Schraube für die Höhe des Tellers der Petrischale mit dem Wasser drin wird diese langsam, sehr langsam abgesenkt. Dadurch senkt sich der Wasserspiegel und dadurch würde sich auch die Waage leicht absenken und nicht mehr im Gleichgewicht sein. Dies muss aber sofort durch Drehen der Verstellschraube an der Torsionswaage kompensiert werden. Mit etwas Übung kann man beide Schrauben (am Teller und an der Torsionswaage) mit entsprechenden Geschwindigkeiten gleichzeitig sehr, sehr langsam drehen, so das sich die Torsionswaage gar nicht erst verkippt, weil das Kräftegleichgewicht ständig nachjustiert wird.
- Wenn die Flüssigkeitslamelle abreist, sollte kurz vorher die Waage noch im Gleichgewicht gewesen sein, wenn man den Schritt b) sorgfältig genug ausgeführt hat. Die Lamelle reißt dann schlagartig, ohne Vorwarnung ab. In diesem Moment müssen Sie sofort aufhören, an den Stellschrauben weiter herum zu drehen! Lesen Sie jetzt den Winkel für die Kraft F_1 ab!
- Nach dem Schritt c) ist die Waage nicht mehr im Gleichgewicht, weil die Kraft durch die Oberflächenspannung fehlt. Die Waage ist also weit oberhalb der waagerechten Gleichgewichtslage. Zu diesem Zeitpunkt dürfen Sie an der Schraube für die Höhe des Tellers der Petrischale mit dem Wasser nichts mehr verändern! Diese Schraube ist momentan tabu für Sie! Reduzieren Sie jetzt die Kraft der Torsionswaage mit der Verstellschraube, bis die Waage wieder in ihre Gleichgewichtslage kommt. Da Sie die Höhe der Wasseroberfläche nicht geändert haben, taucht der Bügel jetzt genauso tief ein, wie im Moment des Abreißens. Damit ist sicher gestellt, dass der Auftrieb der Gleiche ist, wie im Moment des Abreißens. Der einzige

Unterschied ist, dass es keine Flüssigkeitslamelle mehr gibt, da Sie mit dem Bügel ja von oben kommen. Wenn sie diesen Gleichgewichtszustand eingestellt haben, können Sie nun den Winkel für die Kraft F_2 ablesen!

3.2 Torsionswaage

Zur Bestimmung der Kräfte F_i dient eine Torsionswaage, die auf dem Prinzip der Verdrillung eines Metalldrahtes basiert. Die Verdrillung erfolgt im linearen (Hookeschen) Bereich, in dem die Auslenkung um den Winkel α proportional ist zum auftretenden Drehmoment M (und damit zur Kraft F in einem bestimmten Abstand R).

Die Torsionswaage (siehe Abb. 7) besteht aus einem gespannten Draht D , an dem ein ungleicharmer Hebel H angebracht ist. Das zu einer Spitze S auslaufende Ende des Hebelarms ist mithilfe einer Tariermutter T , die auf dem anderen Hebelende verschoben werden kann, auf eine feste Marke M einzustellen. Diese Nulllage der Waage ist möglichst so einzustellen, dass am Winkelmesser W eine Auslenkung von $\alpha = 0^\circ$ vorliegt. Für die Kalibrierung der Waage ist dies sinnvoll. Aber für die spätere Differenzmessung von $F_1 - F_2$ ist das dann nicht mehr relevant, da dort zwei Winkel abgelesen werden und davon die Differenz gebildet wird. Wo da die genau Nulllage der Waage ist, ist dann nicht mehr wichtig, da sich dieser Wert raus hebt bei der Differenzbildung (wenn die Waage im linearen (Hookeschen) Bereich verwendet wird).

Belastet man den Hebel H bei R durch eine Kraft F , so wird der Draht aufgrund des auftretenden Drehmoments verdrillt, und die Spitze S verschiebt sich gegen die Markierung M . Um diese Verschiebung zu kompensieren, wird der Draht durch Drehen der Verstellschraube V um den Winkel α zusätzlich verdrillt. Der Winkel α ist somit ein Maß für die Kraft F . Da allerdings noch keine Aussage über den Proportionalitätsfaktor vorliegt, ist es notwendig, vor der Messung der Abreißkräfte die Kalibrierungskurve $F(\alpha)$ der Torsionswaage aufzunehmen. Dazu stehen am Arbeitsplatz mehrere Gewichte zur Verfügung.

4 Versuchsdurchführung

Vorversuch und Kalibrierung der Torsionswaage werden von Studierenden mir Physik im Nebenfach durchgeführt. Für Physik-Bachelor/Lehramt wird eine Kalibriergerade einschließlich Messunsicher-

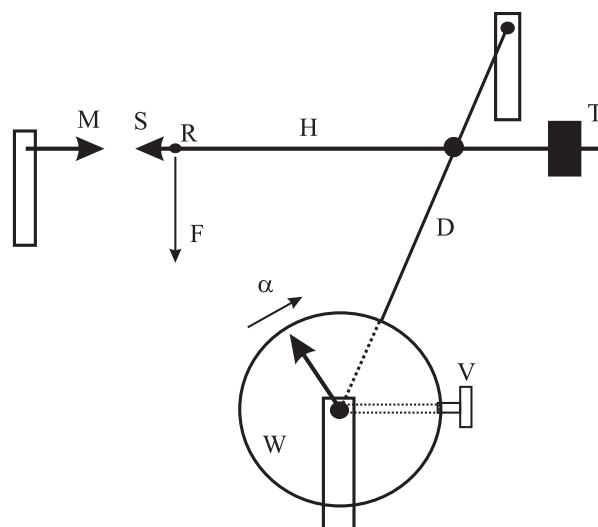


Abb. 7: Schematische Darstellung einer Torsionswaage

heit vorgegeben.

4.1 Vorversuch

In einem Vorversuch sollen mit dem größten zur Verfügung stehenden Bügel die maximal auftretenden Auslenkungen α_{\max} an der Torsionswaage ermittelt werden.

4.2 Kalibrierung der Torsionswaage

Mit den am Arbeitsplatz bereitgestellten Gewichten wird die Kalibrierungskurve $F_m(\alpha)$ aufgenommen. Dabei werden die Winkel α zu den entsprechenden Gewichtskräften F_m bestimmt und in einem zu Abb. 8 analogen Diagramm dargestellt.

Eine Darstellung der Fehlerbalken für $\Delta\alpha$ ermöglicht es, den entsprechenden Fehlerschlauch in das Diagramm einzuzichnen. Damit kann jedem nachfolgenden Messwert α_i nicht nur die entsprechende Kraft F_i zugeordnet werden, vielmehr ist es ebenso möglich, eine Aussage zur zugehörigen Messunsicherheit ΔF_i zu treffen. Diese ergibt sich als Summe aus dem grafischen Anteil $\Delta F_i(\Delta\alpha)$ und dem numerischen Anteil $\Delta m \cdot g$.

4.3 Aufnahme der Messreihe

Entsprechend dem in 3.1 dargelegten Messprinzip sind die Messungen für alle sechs am Arbeitsplatz befindlichen Bügel durchzuführen. Dabei empfiehlt sich eine Tabelle, in der für jeden Bügel die Werte $2l$, α_1 , α_2 , F_1 , F_2 sowie F_σ eingetragen werden. α_1 und α_2 sind die Winkel, die zum einen bei knapp unter der Wasseroberfläche befindlichem Metalldraht und zum Anderen beim Abreißen der Lamelle gemessen werden. Entsprechend der Kalibrierungskurve lassen sich diesen Werten die Kräfte F_1

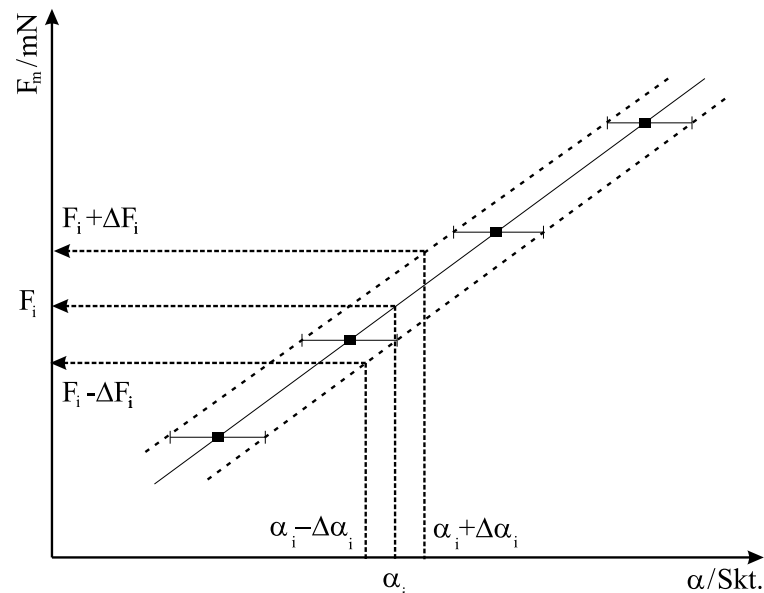


Abb. 8: Prinzipieller Verlauf der Kalibrierungskurve (dargestellt ist die Auswertung der Maximalabweichung für Physik im Nebenfach). Die Darstellung suggeriert, dass die Messunsicherheiten in diesem Beispiel im Wesentlichen durch systematische Unsicherheiten in der Winkelmessung bestimmt werden (das muss im Experiment nicht so sein), da die statistischen Schwankungen der Messwerte bezüglich der Ausgleichsgeraden klein gegenüber den Fehlerbalken sind. Für Physik-Bachelor/Lehramt wird eine Kalibrierungskurve einschließlich der systematischen Messunsicherheit vorgegeben.

und F_2 mit ihren Messunsicherheiten ΔF_1 und ΔF_2 zuordnen. Aus der Bestimmung von F_σ aus der Differenz der gemessenen Kräfte ergibt sich die Messunsicherheit:

$$F_\sigma = F_2 - F_1 \quad \Rightarrow \quad |\Delta F_\sigma| = |\Delta F_2| + |\Delta F_1| \quad (6)$$

5 Auswertung und Abschätzung der Messunsicherheiten

Zur Bestimmung der Oberflächenspannung σ von Wasser legt Gleichung (2) nahe, F_σ über $2l$ aufzutragen (Abb. 9) und die entsprechenden Fehlerkreuze hinzuzufügen. Die Gerade, die als bestmögliche Annäherung der einzelnen Messwerte einzuzichnen ist, schneidet allerdings nicht den Nullpunkt und erzwingt eine Korrektur. Eine Anpassung von Gleichung (2) führt zu einer Geraden mit einer Verschiebung \mathcal{O} :

$$F_\sigma = \sigma \cdot 2l + \mathcal{O} \quad (7)$$

Hierbei ist also \mathcal{O} der Durchgang durch die Ordinate. Damit lässt sich die Oberflächenspannung σ als Anstieg der gezeichneten Gerade identifizieren. Dieser kann mittels Anstiegsdreieck direkt aus dem Diagramm entnommen werden und erübrigt die Bestimmung des Nullterms in obiger Gleichung.

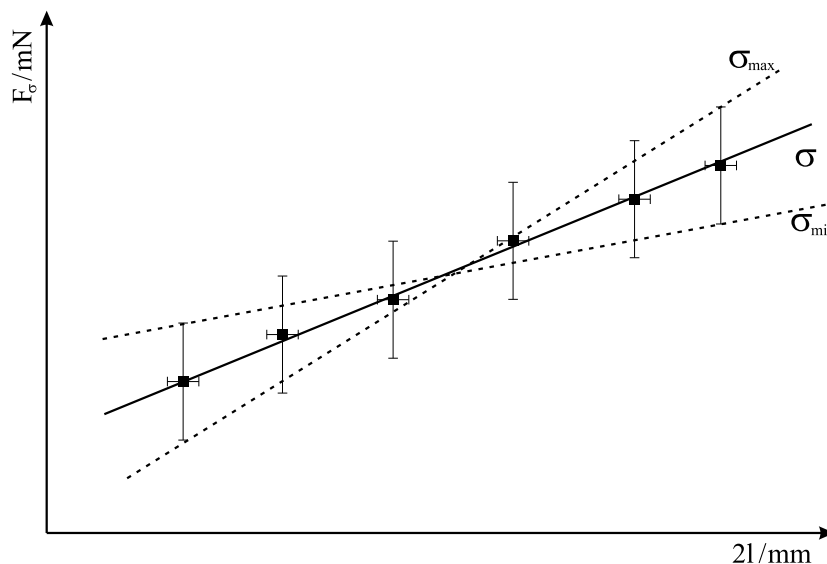


Abb. 9: Diagramm zur Auswertung (Skizze, dargestellt ist die Auswertung der Maximalabweichung für Physik im Nebenfach). Die hier dargestellten Fehlerbalken beinhalten sowohl systematische als auch statistische Messunsicherheiten. Offenbar überwiegen in diesem Beispiel die systematischen Unsicherheiten der Kraftmessung, da die Fehlerbalken deutlich größer als die tatsächliche Schwankung der Messwerte bezüglich der Ausgleichsgeraden sind. Für Physik Bachelor/Lehramt sind systematische und statistische Messunsicherheiten in Form von Fehlerschläuchen bzw. Fehlerbalken stets getrennt zu behandeln.

Da den einzelnen Bügeln jeweils Fehlerkreuze zugeordnet sind, lassen sich zusätzlich noch Geraden mit minimalem bzw. maximalem Anstieg σ_{\min} bzw. σ_{\max} einpassen. Damit wird gleichzeitig ein Bereich für σ nach oben und nach unten abgegrenzt, der als Fehlerbereich der Gesamtmessung aufzufassen ist.

Physik-Bachelor/Lehramt: Lineare Regression

Für die rechnerische Durchführung der linearen Regression nehmen wir den folgenden funktionellen Zusammenhang an.

$$y = a + bx. \quad (8)$$

Für den vorliegenden Versuch gilt:

$$y = F_\sigma; \quad x = 2l; \quad b = \sigma \quad (9)$$

Für den Parameter a erwarten wir null, insofern sollte dieser Wert letztendlich im Unsicherheitsbereich von a liegen. Die Regression unter der Bedingung $a = 0$ durchzuführen, ist möglich, kann allerdings problematisch sein, wenn systematische Messabweichungen eigentlich zu $a \neq 0$ führen.

Für die Berechnung der statistischen und systematischen Messunsicherheiten gelten vereinfachend die folgenden Annahmen (den Studierenden immer mitteilen):

1. Messunsicherheiten in x -Richtung spielen keine Rolle, d.h. $\Delta y \gg b\Delta x$
2. Messunsicherheiten in y -Richtung sind konstant, d.h. $\Delta y = \text{konst}$ und unkorreliert.

Für den Anstieg b und das Absolutglied a ergeben sich nach Minimierung der quadratischen Abweichungen die folgenden Formeln:

$$b = \frac{1}{D} \left(n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{k=1}^n y_k \right) \quad (10)$$

$$a = \frac{1}{D} \left(\sum_{i=1}^n y_i \sum_{k=1}^n x_k^2 - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{k=1}^n x_k y_k \right). \quad (11)$$

$$D = n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2$$

Für die einfache Berechnung ist es zweckmäßig, die Summen $\sum_i x_i$, $\sum_i y_i$, $\sum_i x_i y_i$, $\sum_i x_i^2$ mittels Tabellenkalkulation zu berechnen. n ist die Anzahl der Wertepaare, die in die Rechnung einbezogen werden.

Die Berechnung der statistischen Messunsicherheit des Anstiegs b und Absolutglieds a lässt sich in folgender Weise durchführen:

Berechnung der Standardabweichung der Messwerte (in y -Richtung) zur ermittelten Ausgleichsgeraden:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (y_i - (a + bx_i))^2}. \quad (12)$$

Anwendung der Gaußschen Fehlerfortpflanzung (ohne Korrelation) auf die Formeln 10 und 11 liefert

$$\Delta b_{\text{stat}} = s \sqrt{\frac{n}{D}} \quad (13)$$

$$\Delta a_{\text{stat}} = s \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{D}}. \quad (14)$$

Die Berechnung der systematischen Messunsicherheiten unterscheidet sich von der der statistischen aufgrund möglicher Korrelationen, die im Allgemeinen jedoch unbekannt sind. Schlussendlich bleibt nichts anderes übrig, als eine Maximalabschätzung durchzuführen. Unter der weiteren Annahme, dass die Messunsicherheiten in y -Richtung alle in der gleichen Weise miteinander korreliert sind, lässt sich die folgende Maximalabschätzung durchführen:

Die Fortpflanzung einer systematischen Unsicherheit in y -Richtung Δy_{sys} und einer anschließenden Maximalabschätzung ergibt (wird in einer Vorlesung hergeleitet):

$$\Delta b_{\text{sys}} \leq \Delta y_{\text{sys}} \sqrt{2 \frac{n}{D}} \quad (15)$$

$$\Delta a_{\text{sys}} \leq \begin{cases} \Delta y_{\text{sys}}, & \text{wenn } \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{D} \leq 1 \\ \Delta y_{\text{sys}} \sqrt{2 \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{D} - 1}, & \text{wenn } \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{D} > 1. \end{cases} \quad (16)$$

5.1 Zusammenfassung und Diskussion

Im letzten Versuchsteil sind die Messergebnisse übersichtlich zusammenzufassen. In der Diskussion wird auf einen Vergleich der Resultate mit der tatsächlichen Oberflächenspannung von Wasser bzw. Ethanol Wert gelegt. Die Literaturwerte für Wasser und Ethanol bei 20°C lauten:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{H}_2\text{O}}^{\text{Lit.}} &= 0,0727 \text{ N/m} \\ \sigma_{\text{Eth.}}^{\text{Lit.}} &= 0,0233 \text{ N/m}. \end{aligned}$$

Dabei sollten für die Erklärung auftretender Abweichungen vorrangig systematische Fehlerquellen betrachtet werden, die in der durchgeführten Fehlerabschätzung noch nicht ausreichend berücksichtigt wurden. In diesem Zusammenhang sollten Maßnahmen zur Verbesserung angesprochen werden.

Autorenschaft

Diese Versuchsanleitung wurde in ihrer ursprünglichen Form von ... erstellt und von M. Kreller, J. Kelling, F. Lemke, S. Majewsky bearbeitet. Aktuelle Änderungen werden von der Praktikumsleitung durchgeführt.

Fragen

1. Informieren Sie sich zu anderen Verfahren zur Bestimmung der Oberflächenspannung von Flüssigkeiten.
2. Wenn keine äußeren Kräfte wirken, bilden die Oberflächen von Flüssigkeiten Minimalflächen. Was folgt daraus für die Oberflächenspannung? Wie sehen die Flüssigkeitshäutchen aus, wenn man ein würfelförmiges Drahtgestell aus einer Seifenlösung zieht?
3. Warum sammeln sich an der Oberfläche eines Flüssigkeitsgemisches bevorzugt die Moleküle derjenigen Flüssigkeit, die die kleinste Oberflächenspannung besitzt?
4. Die Beherrschung der Grundlagen der Fehlerabschätzung stellt eine Voraussetzung für alle Versuche des Physikalischen Praktikums dar.

Literatur

- [1] W. Ilberg (Hrsg.), M. Krötzsch (Hrsg.) et. al., *Physikalisches Praktikum für Anfänger*, Teubner-Verlag, Leipzig 1992
- [2] W. Walcher, *Praktikum der Physik*, Teubner-Verlag, Stuttgart 1994
- [3] W. Demtröder, *Experimentalphysik I*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg 1994
- [4] C. Gerthsen, H. Vogel, *Physik*, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg 1999
- [5] H. Hänsel, W. Neumann, *Physik – Mechanik und Wärmelehre*, Spektrum-Verlag, Heidelberg 1993