



## Bestimmung von Flächenmassen unter Verwendung der $\beta$ -Strahlung einer $^{85}\text{Kr}$ -Quelle

### Aufgabenstellung

1. Bestimmung von Verteilungsfunktionen für radiometrische Messungen mit einer Si-PIN-Diode.
2. Kalibrierung der Flächenmassemessung mit Aluminiumabsorbieren.
3. Bestimmung des Materialeinflusses auf das Ergebnis der Flächenmassemessung.
4. Bestimmung der Flächenmassenverteilung von Papier.

### Einleitung

In vielen technischen Prozessen in denen dünne Schichten von Bedeutung sind, wie beispielsweise bei der Produktion von Papieren Geweben Folien und Filmen sowie der Beschichtung von dünnen Trägermaterialien, ist die Messung und Überwachung von Schichtdicken notwendig. Die zu messenden Schichten liegen dabei oft im Bereich von wenigen  $\mu\text{m}$  und sind messtechnisch nur schwierig direkt bestimmbar. Dies ist vor allem auch bei rauen Materialien der Fall. In vielen Fällen ist es daher zweckmäßig, sich auf die Flächenmasse  $X = m/A$  zu beziehen, die über radiometrische Messungen leicht zugänglich ist.

In dem vorliegenden Experiment werden mit Hilfe der ionisierenden Strahlung des Nuklids  $^{85}\text{Kr}$  radiometrische Messungen zur Bestimmung von Flächenmassen durchgeführt.

### Grundlagen

#### Das Radionuklid $^{85}\text{Kr}$

Das Isotop  $^{85}\text{Kr}$  wandelt sich über den  $\beta^-$ -Zerfall mit einer Halbwertszeit von  $t_{1/2} = 10,756 \text{ a}$  in das Isotop  $^{85}\text{Rb}$  um. Das Zerfallsschema ist in Abbildung 1 dargestellt. Mit einem Verzweungsverhältnis von 99,56% geht bei den Zerfällen Krypton direkt in den Grundzustand von Rubidium über. Dabei wird eine Energie von  $E = 687,4 \text{ keV}$  frei, die die Obergrenze der kinetischen Energie des emittierten Elektrons festlegt. Das Energiespektrum der beim Zerfall emittierten Elektronen ist in Abbildung 2 dargestellt. Die mittlere kinetische Energie beträgt  $E = 245,3 \text{ keV}$  [AMOS].

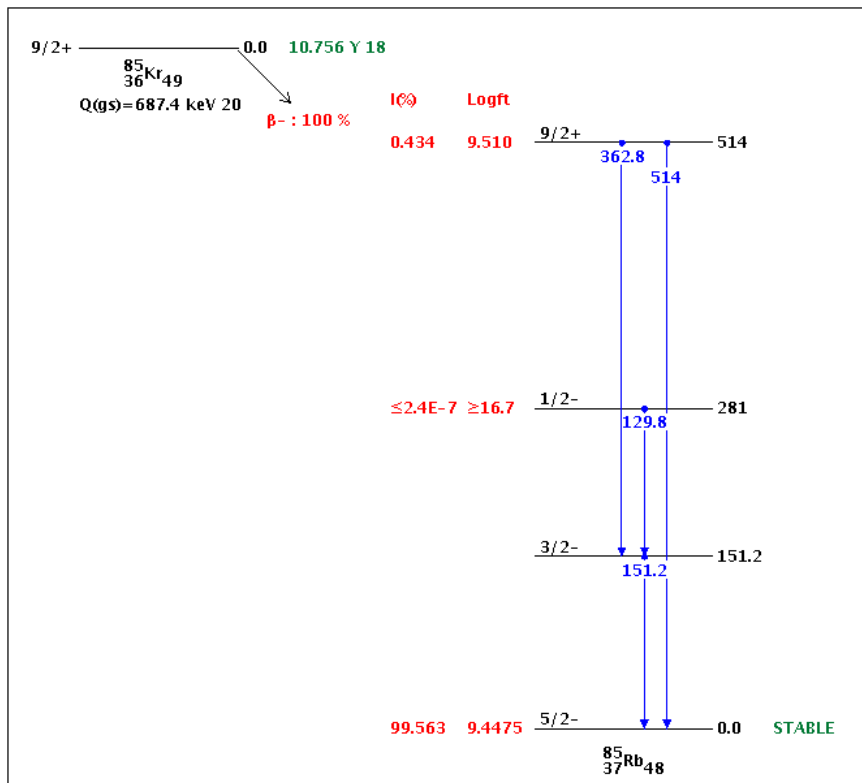


Abbildung 1: Zerfallsschema von  $^{85}\text{Kr}$  [NUDAT].

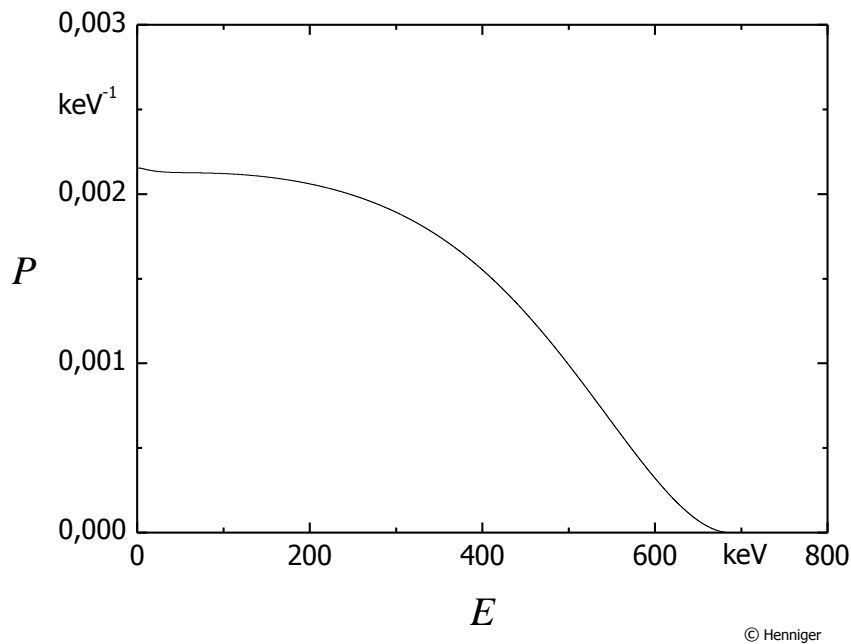


Abbildung 2: Energiespektrum der  $\beta$ -Strahlung von  $^{85}\text{Kr}$  [AMOS].

## $\beta$ -Strahlung

Der Energieverlust der direkt ionisierenden  $\beta$ -Strahlung in Materie erfolgt durch Ionisation, Anregung und Erzeugung von Bremsstrahlung. Darüber hinaus führt elastische Streuung am Coulombpotential der Kerne zu Richtungsänderungen der Elektronen.

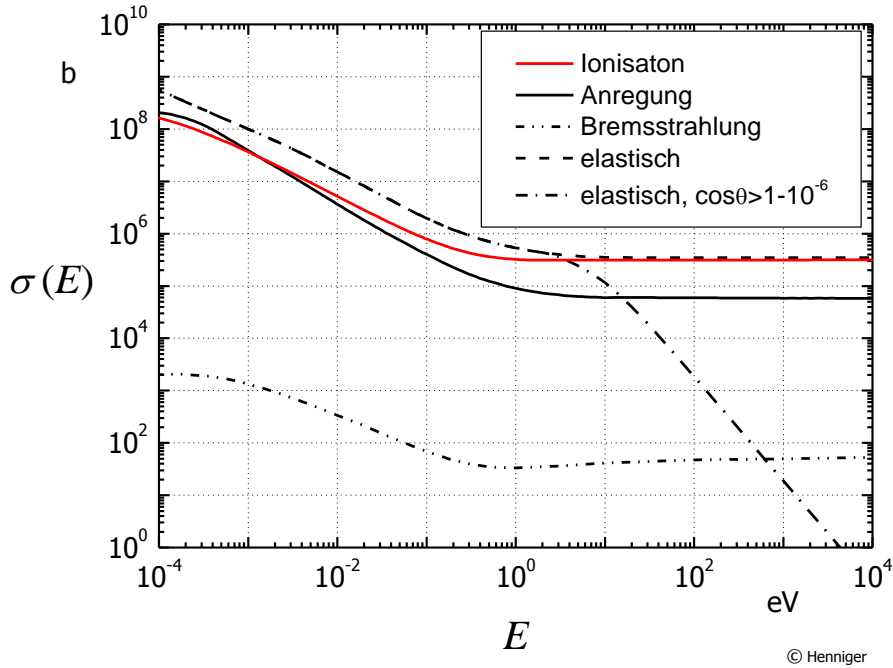


Abbildung 3: Energieabhängigkeit der verschiedenen Streuquerschnitte für Elektronen in Aluminium [AMOS].

Für Aluminium sind in Abbildung 3 die Wirkungsquerschnitte der einzelnen Prozesse in Abhängigkeit von der Energie der  $\beta$ -Strahlung dargestellt. Das Diagramm wurde mit Hilfe der Simulationssoftware AMOS erstellt. Deutlich zu erkennen ist, dass im relevanten Energiebereich von einigen hundert keV vor allem die Ionisations- und Anregungsprozesse zum Energieverlust beitragen. Die Bremsstrahlungsverluste leisten dagegen nur einen sehr geringen Beitrag von ca. 0,01 %. Ebenso ist der Wirkungsquerschnitt für elastische Streuprozesse mit Richtungsänderungen von  $\theta > 0,1^\circ$  sehr gering.

Die zum Energieverlust beitragenden Wechselwirkungen finden somit fast ausschließlich mit den in der Materie befindlichen Elektronen statt, daher ist der Energieverlust in Materie im Wesentlichen von der Elektronendichte abhängig und damit weitestgehend proportional zur Massendichte. Mit steigender Kernladungszahl steigt allmählich der Anteil der Bremsstrahlungsverluste gegenüber den Stoßverlusten mit den Elektronen [KR04], so dass eine leichte Abweichung von der Proportionalität vorliegt, in der Form, dass bei höheren Kernladungszahlen etwas stärkere Schwächungen erzielt werden.

Die Schwächung von  $\beta$ -Strahlung in Materie lässt sich mit einer Exponentialfunktion beschreiben. Dies ist ein empirischer Befund, der sich nicht unmittelbar aus den Wechselwirkungen ableiten lässt. Die Transmission  $T$  durch eine Schicht der Flächenmasse  $X$ , ausgehend von der Transmission  $T_0=1$  der ungeschwächten Strahlung, wird durch die Gleichung

$$T = e^{-\frac{\mu}{\rho} X} \quad (1)$$

beschrieben. Der weitestgehend materialunabhängige Massenschwächungskoeffizient  $\mu/\rho$  beträgt für die  $\beta$ -Strahlung der  $^{85}\text{Kr}$ -Quelle ca.  $23 \text{ cm}^2/\text{g}$ . Die sich aus dem Massenschwächungskoeffizienten ergebenden Halbwertsdicken sind für einige Materialien in Tabelle 1 aufgelistet.

Tabelle 1: Einige Halbwertdicken für die  $\beta$ -Strahlung einer  $^{85}\text{Kr}$ -Quelle

Material	$d_{1/2} / \text{mm}$
Luft	236
H <sub>2</sub> O	0,3
Al	0,11
Ti	0,066
Fe	0,036

Ausgehend von einem der Strahlungsintensität proportionalem Detektorsignal  $U$  lässt sich die Transmission  $T$  aus dem Detektorsignal ohne Strahlung  $U_D$ , dem Detektorsignal  $U_0$  für die ungeschwächte Strahlung und dem Detektorsignal  $U$  bei eingelegter Probe über

$$T = \frac{U - U_D}{U_0 - U_D} \quad (2)$$

messtechnisch bestimmen.

## Statistik

In der Messung treten beginnend vom radioaktiven Zerfall des Kryptons über die Schwächung der Strahlung auf dem Weg zum Detektor bis hin zur Energiedeposition im Detektor eine Reihe statistischer Prozesse auf an deren Ende das verstärkte und in eine Spannung gewandelte Detektorsignal steht. Die Detektorspannung ist eine kontinuierlich verteilte Zufallsgröße, die für die Datenverarbeitung digitalisiert und damit diskretisiert wird. Die exakte Beschreibung des Zerfalls des  $^{85}\text{Kr}$  liefert die Binomialverteilung. Da die Gesamtheit der beobachteten Kerne  $N$  sehr groß ist und die Halbwertszeit des Zerfalls ebenfalls groß gegenüber der Beobachtungszeit ist, geht die Binomialverteilung in die Poissonverteilung

$$P(X = x) = \frac{(N \cdot p)^x}{x!} \cdot e^{-N \cdot p} = \frac{\mu^x}{x!} \cdot e^{-\mu} \quad (3)$$

über. Für seltene Ereignisse, die mit einer geringen konstanten Wahrscheinlichkeit  $p$  eintreten beschreibt Gleichung (3) die Wahrscheinlichkeit, dass die Zufallsgröße  $X$  den Wert  $x$  annimmt. Die Wahrscheinlichkeit  $p$  folgt für den radioaktiven Zerfall aus der Zerfallskonstanten  $\lambda$ :  $p = 1 - e^{-\lambda \cdot t}$ . Der Übergang von  $N \cdot p$  zum Erwartungswert  $\mu$  ist möglich, da die Gesamtzahl der  $^{85}\text{Kr}$ -Atome während der kurzen Beobachtungszeit als konstant angesehen werden kann. Die Poissonverteilung besitzt somit nur noch den Verteilungsparameter  $\mu$  der zugleich die Varianz  $\sigma^2$  ist.

Für große Erwartungswerte ist es sinnvoll die diskrete Poissonverteilung durch eine stetige Normalverteilung zu approximieren. In dem betrachteten Fall des radioaktiven Zerfalls besitzt diese Dichtefunktion ebenfalls nur einen Verteilungsparameter  $\mu$ :

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \cdot \mu}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\mu}} \quad (4)$$

Geht das Messprinzip über eine reine Zählmessung hinaus und gehen weitere statistische oder technische Prozesse, wie z. B. eine Energieverteilung der Zerfallsteilchen, ein Energieverlust der Zerfallsteilchen, Signalverstärkung, u. a., in das Messergebnis ein, so kann im Allgemeinen nicht mehr von einer Dichtefunktion nach Gleichung (4) ausgegangen werden. Inwiefern die gemessene Verteilung einer allgemeinen Normalverteilung mit der Dichtefunktion

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2} \quad (5)$$

entspricht kann grafisch anhand der Verteilungsfunktion  $F(x)$  bestimmt werden. Bei der entsprechenden Skalierung der Abszisse (Wahrscheinlichkeitsnetz) stellt sich eine Normalverteilung als eine Gerade dar. Aus dieser Darstellung lassen sich ebenfalls die Parameter der Normalverteilung, Mittelwert und Standardabweichung  $\sigma$ , leicht ablesen.

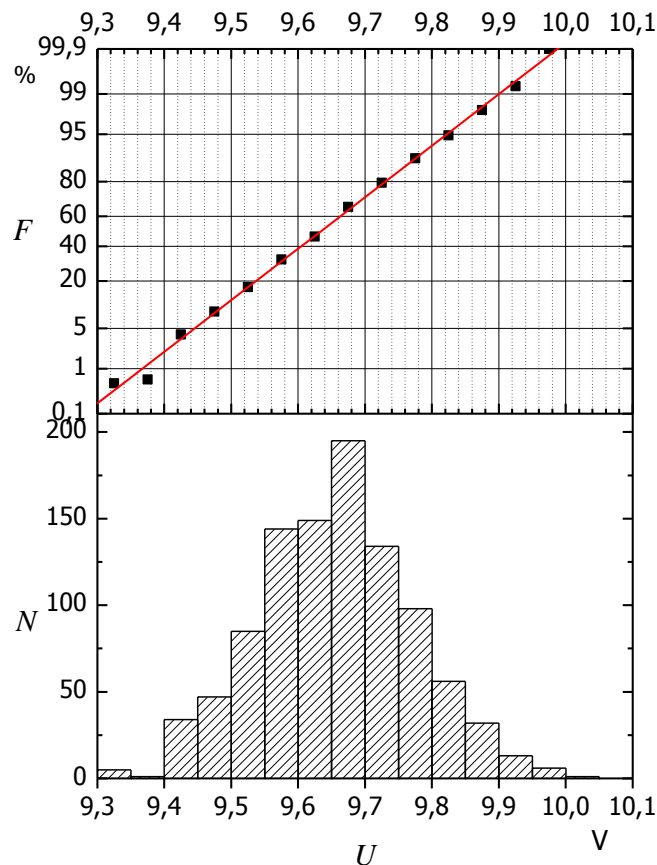


Abbildung 4: Beispiel einer Häufigkeitsverteilung (unten) und der dazugehörigen Verteilungsfunktion (oben) für eine Anzahl von Einzelmessungen einer Spannung  $U$ . Zu der Verteilungsfunktion wurde zusätzlich eine Approximation mit einer Normalverteilung eingezeichnet (rote Linie).

In Abbildung sind für mehrere Einzelmessungen einer Spannung  $U$  die Häufigkeitsverteilung  $N(U)$  sowie die Verteilungsfunktion  $F(U)$  dargestellt. Die Verteilungsfunktion wurde mit einer Normalverteilung approximiert, diese ist als durchgehende Linie eingezeichnet. Der Schnittpunkt mit  $F(U)=50\%$  markiert den Mittelwert der Spannung  $U$ . Der Abstand von der mittleren Spannung zu den Spannungen für  $F(U)=90\%$ ,  $F(U)=99\%$  und  $F(U)=99,9\%$  beträgt  $1,282\sigma$ ,  $2,326\sigma$  bzw.  $3,090\sigma$ .

## Experimenteller Aufbau

Der Versuchsaufbau ist komplett in einem fahrbaren Gestell untergebracht, in dem die Strahlungsquelle und der Strahlungsdetektor mit den entsprechenden Versorgungsgeräten eingebaut sind.

In dem Versuch wird eine  $^{85}\text{Kr}$ -Quelle verwendet, die in einen Quellenkopf der Firma Mahlo montiert ist. Die Anfangsaktivität der Quelle betrug im Oktober 1997  $A_0 = 3,0 \text{ GBq}$ . Das

Strahlungsfenster des Quellenkopfes hat einen Durchmesser von ca.  $d = 3$  cm. Die  $\beta$ -Strahlung wird durch eine gelochte Kunststofffilterscheibe auf etwa 40% der Ausgangsintensität abgeblendet. Der Quellenkopf besitzt einen automatischen Schließmechanismus, der in der Ruhelage die Quelle verschlossen hält. Mit einem gegen eine Feder arbeitenden Elektromagneten kann die Quelle geöffnet werden. Ist der Magnet stromlos geschaltet, so wird die Quelle durch den Federmechanismus wieder verschlossen.

Die Beta-Strahlung wird mit einer Si-PIN-Fotodiode detektiert. Die Bezeichnung PIN kennzeichnet die spezielle Bauweise der Diode, bei der sich zwischen der p- und der n-dotierten Schicht eine undotierte intrinsisch leitende i-Schicht befindet. Bei der hier benutzten Schaltung in Sperrrichtung führt die i-Schicht zu einer weiteren Ausdehnung der Verarmungszone im Vergleich zu einem direkten p-n-Übergang. Wird die Verarmungszone ionisierender Strahlung ausgesetzt, so werden aufgrund der Strahlung in der Verarmungszone paarweise Elektronen und Defektelektronen frei, die einen Stromfluss ermöglichen. Für die Bildung eines Paares wird in Silizium eine Energie von 3,6 eV benötigt. Der Stromfluss ist direkt proportional zu der in der Verarmungszone pro Zeiteinheit deponierten Energie und damit zur Intensität der Strahlung.

Die Fotodiode besitzt eine aktive Fläche von  $A = 10\text{mm} \times 20\text{mm}$  und ist mit einer Titanfolie gegen sichtbares Licht abgeschirmt. Der Strom durch die Diode wird über einen Transimpedanzverstärker in eine Spannung gewandelt. Mit einem AD-Wandler wird die Spannung mit 0,5 mV Präzision digitalisiert und anschließend kaufmännisch auf volle mV gerundet. Für Spannungen im Intervall [0,5 mV, 1,5 mV) resultiert somit der diskrete Wert 1 mV. Die Spannung wird an dem Versorgungsgerät angezeigt. Die Auslesefrequenz kann durch Knopfdruck zwischen  $1\text{ s}^{-1}$  und  $100\text{ s}^{-1}$  verstellt werden. Der Anzeigewert wird über mehrere Messwerte gemittelt.

Die Energieversorgung des Versorgungsgerätes und des Detektors wird über einen USB-Anschluss gewährleistet. Dieser ermöglicht die Steuerung des Detektors über einen PC sowie das Auslesen von Messwerten. Mit der Steuerungssoftware kann der Datenempfang ein und ausgeschaltet werden und die Auslesefrequenz eingestellt werden. In einer Messung können bis zu 2000 Einzelmesswerte aufgenommen werden. Alle für die Messaufgaben notwendigen Einstellungen können über die Software erfolgen, die Einstellmöglichkeiten direkt am Versorgungsgerät können somit ignoriert werden.

Die Speicherung der Messdaten erfolgt in einer Ascii-Liste, aus der sie für die Analyse wieder ausgelesen werden können. Standardmäßig werden für eine Messung ein zu wählender Name, der Mittelwert des Detektorsignals aus den Einzelmesswerten, die Standardabweichung und Varianz sowie die Detektortemperatur in diese Liste gespeichert. Optional können die Einzelmesswerte als separate Ascii-Liste zusätzlich gespeichert werden.

Die zu messenden Proben werden mit einem Schieber zwischen Quelle und Detektor eingebracht.

## Hinweise zur Versuchsdurchführung

Das Messsignal, des in diesem Versuch verwendeten Detektors, besitzt eine gewisse Temperaturabhängigkeit. Bei allen Messungen wird daher gleichzeitig auch die Temperatur mit bestimmt und gespeichert. Da keine aktive Temperaturregelung möglich ist, kann diese Abhängigkeit im Versuch nicht bestimmt werden. Für die Durchführung ist es günstig alle Messungen bei einer gleichbleibenden Temperatur durchzuführen. Nach einer Einlaufphase von einigen Minuten bleibt die Temperatur des Detektors bei gleichbleibender Außentemperatur konstant.

1. Nehmen sie zunächst für den Dunkelstrom, d.h. bei geschlossener Quelle, und für den Fall des voll bestrahlten Detektors, d.h. bei geöffneter Quelle ohne Proben im

Strahlengang, je 1000 Einzelmessungen der Detektorspannung vor. Stellen sie die Häufigkeitsverteilung und die Verteilungsfunktion grafisch dar (vgl. Abbildung 4). Approximieren sie die Verteilungsfunktionen mit Geraden und bestimmen sie die Mittelwerte sowie die Standardabweichungen der Verteilungen. Vergleichen sie diese Werte mit denen von der Messsoftware bestimmten.

Nehmen sie bei allen weiteren Messaufgaben für jede Messung ebenfalls 1000 Einzelmessungen auf.

2. Messen sie die Schwächung der  $\beta$ -Strahlung in Aluminiumabsorbern verschiedener Flächenmasse. Stellen sie die Transmission durch die Absorber in Abhängigkeit von der Flächenmasse grafisch dar. Ist ein exponentieller Zusammenhang gegeben?
3. Bestimmen sie für weitere Materialien bekannter Flächenmasse die Schwächung der  $\beta$ -Strahlung. Wie ordnen sich die Ergebnisse in den für Aluminium gefundenen Zusammenhang ein?
4. Bestimmen sie für herkömmliches Druckerpapier die Flächenmasseverteilung. Nehmen sie zunächst mehrere (min. 10) Messpunkte auf einem Blatt auf. Sind Regionen mit systematisch höherer/niedrigerer Flächenmasse erkennbar? In welchem Bereich schwanken die Flächenmassen wenn sie in einzelnen Messungen die Flächenmasse auf weiteren (min. 10) Blättern bestimmen?

## Literaturverzeichnis:

- [AMOS] D. SOMMER, TU Dresden, Institut für Kern und Teilchenphysik, Strahlungstransportsimulation AMOS (2011),
- [KN00] G. F. KNOLL, „Radiation Detection and Measurement“, John Wiley & Sons (2010)
- [KR04] H. KRIEGER, „Grundlagen der Strahlungsphysik und des Strahlenschutzes“, B. G. Teubner Verlag (2009)
- [NUDAT] A. A. SONZOGNI, „NuDat 2.5“, National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory (2011), <http://www.nndc.bnl.gov/nudat2/>
- [PA01] L. PAPULA, „Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler“, Band 3, Vieweg & Sohn Verlag, Wiesbaden (2001)
- [ST05] W. STOLZ, „Radioaktivität - Grundlagen, Messung, Anwendung“, B. G. Teubner Verlag (2005)

Versuchsbeginn:	8.00 Uhr	
Ort:	ASB K015a	
Ansprechpartner:	Dr. W. Ullrich	<a href="mailto:ullrich@asp.tu-dresden.de">ullrich@asp.tu-dresden.de</a>
	PD. J. Henniger	<a href="mailto:henniger@asp.tu-dresden.de">henniger@asp.tu-dresden.de</a>