

**TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DRESDEN**

**Fachrichtung Physik**

Physikalisches Grundpraktikum

Versuch: **SN**

Erstellt: M. Scheffler  
(08.04.2013)

Aktualisiert: am 07.08. 2024

## Snellius - Grundlagen der Optik

### Inhaltsverzeichnis

<b>1 Aufgabenstellung</b>	<b>2</b>
<b>2 Allgemeine Grundlagen</b>	<b>2</b>
2.1 Geometrische Optik . . . . .	4
2.2 Wellenoptik . . . . .	7
<b>3 Anhang</b>	<b>11</b>
3.1 Herleitung der Reflexionskoeffizienten (Fresnelsche Formeln) . . . . .	11
3.2 Strahlengang am gleichseitigen Prisma . . . . .	12
<b>Fragen</b>	<b>15</b>
<b>Literatur</b>	<b>15</b>

## 1 Aufgabenstellung

Alle Telexperimente in diesem Versuch bauen auf der Beschreibung des Lichts als elektromagnetische Welle auf. In ersten Telexperimenten untersuchen Sie die Ausbreitung des Lichts im Raum und insbesondere an Grenzflächen - also einfache Phänomene der Optik wie Brechung, Reflexion und speziell Totalreflexion - mithilfe von Gesetzen, die Sie bereits aus der Beschreibung der Lichtausbreitung als Strahl kennen. In weiteren Telexperimenten werden die für elektromagnetische Wellen typischen Eigenschaften Polarisation und Interferenz deutlich.

## 2 Allgemeine Grundlagen

In der Optik als Teilbereich der Physik wird Licht als unmittelbarste Sinneswahrnehmung behandelt. Die Optik umfasst dabei u.a. Lichtquellen, Abbildungen, Signalübertragungen und seit der Erfindung des Lasers die optischen Technologien. Heute wird das Licht mit den optischen Mitteln technisch so eingesetzt, dass es als Werkzeug in den Produktionsmitteln der Schlüsseltechnologien arbeitet. Daher wird das 21. Jahrhundert auch als das Jahrhundert der Photonik bezeichnet.

Die Schwierigkeit beim Verständnis des Lichts besteht darin, dass die beobachteten Phänomene unter Nutzung verschiedener Modelle beschrieben werden. Einerseits kann Licht als elektromagnetische Welle mit gleichzeitiger Wirkung an vielen Orten im Raum beschrieben werden, andererseits als Strom von Photonen mit einem definierten Impuls und Wechselwirkung an einem definierten Ort - (quantenmechanisch begrenzt durch die Unschärfe von Ort und Impuls). Dennoch liefern beide Modelle keine vollständige Beschreibung der Physik des Lichts. Die gegenwärtig vollständigste Beschreibung der Physik des Lichts liefert die Quantenelektrodynamik, deren Modelle jedoch in diesem Versuch keine Anwendung finden.

In der klassischen Optik wird zwischen der geometrischen und der Wellenoptik unterschieden. Die geometrische Optik, die das Licht als Strahl betrachtet, vernachlässigt nur scheinbar die Wellennatur des Lichtes, baut aber auf ihr auf. Das Strahlenmodell liefert eine gute quantitative Beschreibung von Reflexion, Transmission und Brechung sowie bei der Bildkonstruktion an Linsen und Spiegeln. Interferenzen, Intensitätsverhältnisse an optischen Grenzflächen sowie die Dispersion (Farbaufspaltung) können hingegen nur durch den Wellencharakter des Lichts verstanden werden.

In diesem Versuch analysieren Sie die Welleneigenschaften des Lichts, also die Eigenschaften der elektromagnetischen Welle, bestehend aus sich mit sehr hoher Frequenz  $f$  ändernden elektrischen  $\vec{E}$ - und magnetischen  $\vec{B}$ -Feldern, wobei diese beiden Felder senkrecht aufeinander und senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung der Welle stehen, also Transversalwellen sind. Die Richtung des  $\vec{E}$ -Feldes definiert die sogenannte Polarisationsrichtung der Welle.

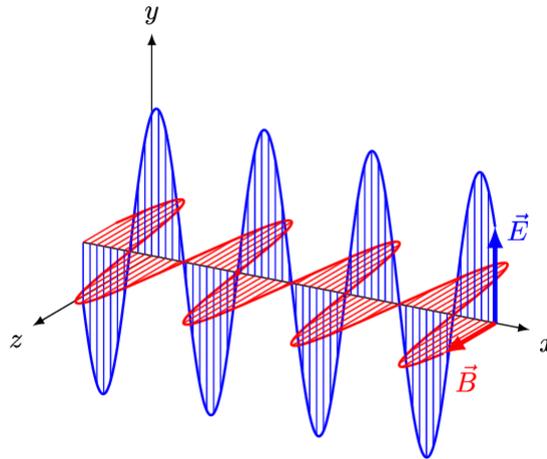
Bleibt die Richtung des  $\vec{E}$ -Feldes konstant, spricht man von einer linear polarisierten elektromagnetischen Welle. In diesem Fall folgen speziell für die sich in  $x$ -Richtung bewegende Welle in Abb. 1 für das  $\vec{E}$ - und das  $\vec{B}$ -Feld folgenden Gleichungen:

$$\vec{E} = E\vec{e}_y = E_0 \sin\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - ft\right)\right)\vec{e}_y \quad (1)$$

$$\vec{B} = B\vec{e}_z = B_0 \sin\left(2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - ft\right)\right)\vec{e}_z \quad (2)$$

$$v = c/n = f\lambda \quad (3)$$

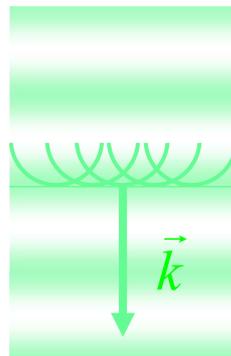
wobei  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum (Naturkonstante:  $c = 299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ) und  $n$  die Brechzahl des Mediums sind. In einem Material ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v$  des Lichts um den Faktor  $n$  kleiner als  $c$ . Die Wellenlänge  $\lambda$  des Lichts gibt im Allgemeinen dessen Farbe an.



**Abb. 1:** Linear polarisierte elektromagnetische Welle. Die monochromatische Welle mit Wellenlänge  $\lambda$  breitet sich in  $x$ -Richtung aus, die elektrische Feldstärke  $\vec{E}$  (in blau) und die magnetische Flussdichte  $\vec{B}$  (in rot) stehen zueinander und zur Ausbreitungsrichtung im rechten Winkel. (Wikipedia)

Beide Felder können sich auch um die Ausbreitungsachse drehen und beschreiben dann eine zirkular polarisierte elektromagnetische Welle. Das aus meist thermischen Quellen entstandene Licht in unserer Umgebung ist überwiegend unpolarisiert, d.h. die einzelnen Wellenzüge sind in ihrer Polarisation statistisch verteilt.

Eine auf viele Phänomene anwendbare Beschreibung des Lichts lieferte bereits 1678 der Physiker Christiaan Huygens. Seine Erkenntnis formuliert das sogenannte Huygensche Prinzip, dass jeder Punkt einer primären Wellenfront Ausgangspunkt kugelförmiger Elementarwellen ist, die sich mit gleicher Frequenz und Geschwindigkeit wie die primäre Wellenfront ausbreiten. Die Einhüllende dieser kugelförmigen Elementarwellen bildet die sich weiter ausbreitende Wellenfront. Führt man einen Vektor  $\vec{k}$  ein, der senkrecht auf dieser Wellenfront steht (s. Abb. 2), wobei die Ausdehnung der Wellenfront weitaus größer als die Wellenlänge  $\lambda$  sein muss, kann man sich diesen Vektor  $\vec{k}$  als Richtungsvektor eines Lichtstrahls vorstellen und so zu den Gesetzen der geometrischen Optik gelangen.



**Abb. 2:** Huygensches Prinzip: Jeder Punkt einer primären Wellenfront ist Ausgangspunkt kugelförmiger Elementarwellen, deren Einhüllende später wieder eine Wellenfront bildet.

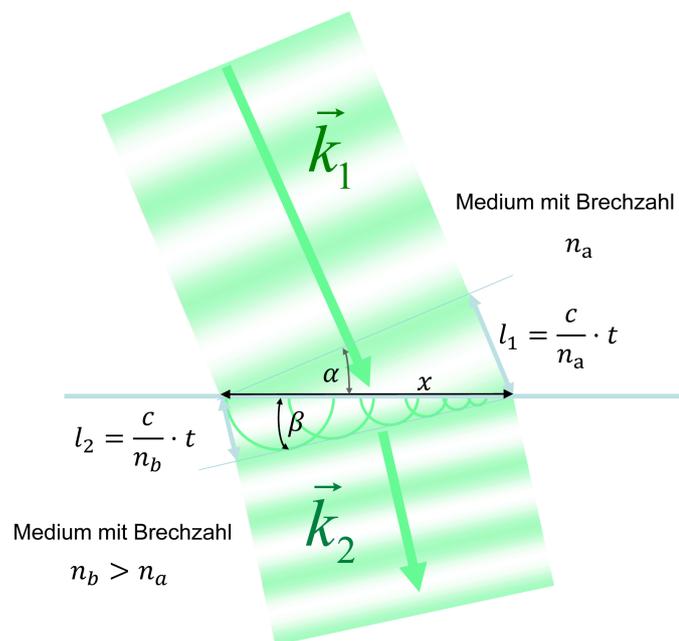
## 2.1 Geometrische Optik

### Das Brechungsgesetz (Snellius)

Mit Hilfe des Huygenschen Prinzips ist eine anschauliche Herleitung des Brechungsgesetzes von Snellius möglich. Eine primäre Wellenfront bewegt sich im Medium mit der Brechzahl  $n_a$  unter dem Einfallswinkel  $\alpha$  auf eine ebene Grenzfläche zum Medium mit der Brechzahl  $n_b > n_a$  zu. Punkte der Welle mit gleicher Phase kommen bedingt durch die Phasengeschwindigkeit  $\frac{c}{n_a}$  an der Grenzfläche mit zunehmenden  $x$  zeitverschoben um  $t = \frac{n_a x \sin \alpha}{c}$  an. Sie sind an der Grenzfläche Ausgangspunkt von kugelförmigen Elementarwellen mit der kleineren Phasengeschwindigkeit  $\frac{c}{n_b}$  im Medium mit der Brechzahl  $n_b$ . Für den Einfallswinkel  $\alpha$  der primären Wellenfront und den Winkel  $\beta$  der gebrochenen Wellenfront entnimmt man der Abb. 3 das Brechungsgesetz von Snellius:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{\frac{ct}{n_a x}}{\frac{ct}{n_b x}} = \frac{n_b}{n_a} \quad (4)$$

Identifizieren wir die Richtung des Vektors  $\vec{k}_1$  mit der Richtung des Lichtstrahls im Medium mit der Brechzahl  $n_a$  und die Richtung des Vektors  $\vec{k}_2$  mit der Richtung des Lichtstrahls im Medium mit der Brechzahl  $n_b$ , sind die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  jeweils die Winkel zwischen den Strahlen und dem Lot auf die Grenzfläche.

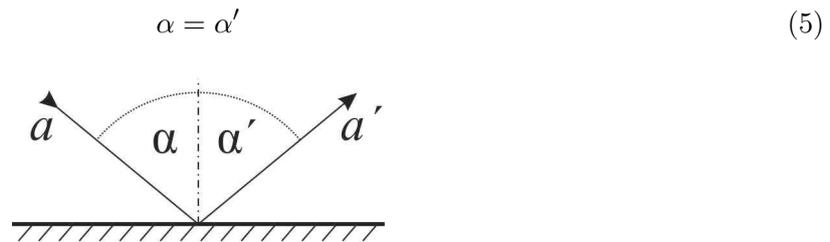


**Abb. 3:** Zur Herleitung des Brechungsgesetzes mit Hilfe des Huygenschen Prinzips

Das Brechungsgesetz selbst macht keine Aussage über das Verhältnis der Intensitäten des ankommenden und gebrochenen Wellenzuges. Vielmehr spaltet der ankommende Wellenzug an der Grenzfläche in einen transmittierten und einen reflektierten Anteil auf. Den Ansatz für die Lösung dieses Problems liefern die Fresnelschen Gleichungen im Anhang.

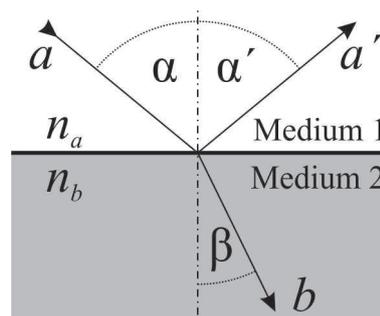
### Das Reflexionsgesetz

Der Abb. 3 entnimmt man auch, dass wenn die Brechzahlen  $n_a$  und  $n_b$  gleich sind, sind die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  ebenfalls gleich. Klappert man also den Teil der Wellenfront in der Abb. 3 unterhalb der Grenzfläche nach oben, beschreibt dies das entstehende Bild die Reflexion an dieser Grenzfläche. Durch das Reflexionsgesetz wird die Winkelbeziehung des einfallenden  $a$  und des reflektierten Strahls  $a'$  bestimmt. Dabei wird jeweils der Winkel zum Lot gemessen (vgl. Abb. 4). Das Verhältnis der Intensitäten wird wieder durch die Fresnelschen Gleichungen beschrieben.



**Abb. 4:** Reflexion eines Lichtstrahls an einer ebenen Grenzfläche.

Betrachten wir also im Strahlenmodell einen Lichtstrahl, der auf einen Übergang zwischen zwei Medien unterschiedlicher Brechzahlen trifft, spaltet dieser in einen reflektierten und einen transmittierten Strahl auf (s. Abb. 5).



**Abb. 5:** Aufspaltung des Strahls in einen reflektierten und einen gebrochenen/transmittierten beim Übergang in ein anderes Medium.

Für die Brechzahl des Vakuums gilt  $n_{\text{Vac}} = 1$  und die Brechzahlen aller anderer Medien werden im Verhältnis dazu angegeben. Für die häufig benötigte Brechzahl von Luft gilt bei  $15^\circ\text{C}$  und Normaldruck  $n_{\text{Luft}} = 1,00028 \approx 1$ .

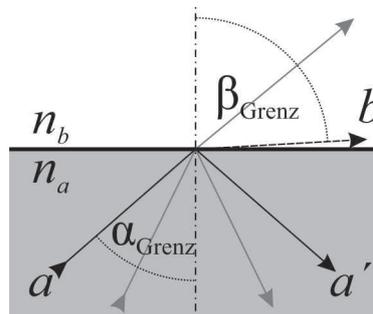
### Anwendungen von Brechungs- und Reflexionsgesetz

#### Totalreflexion

Aus dem Brechungsgesetz kann man bereits erkennen, dass für den Übergang des Licht von einem optisch dichteren ins optisch dünnere Medium ( $n_a > n_b$ ) ab einem bestimmten Einfallswinkel  $\alpha_{\text{Grenz}}$  die Gleichung (4) nicht mehr erfüllt werden kann. Der Sinus für Werte größer als  $\pm 1$  ist mathematisch nicht definiert. Der Brechungswinkel müsste größer als  $90^\circ$  werden, was im Widerspruch dazu steht, dass der gebrochene Strahl in das andere Medium übertritt. Für Winkel  $\alpha > \alpha_{\text{Grenz}}$  entfällt der gebrochene Anteil und es erfolgt Totalreflexion (vgl. Abb. 6). Unter Verwendung des Gesetzes von Snellius (Gleichung (4)) erhält man für  $\sin(\beta = 90^\circ) = 1$  den Grenzwinkel der Totalreflexion  $\alpha_{\text{Grenz}}$ .

$$\sin(\alpha_{\text{Grenz}}) = \left(\frac{n_b}{n_a}\right) \tag{6}$$

In der Abbildung 6 ist der Strahlenverlauf für den Grenzwinkel der Totalreflexion skizziert. Fällt der Lichtstrahl flacher als unter dem angegebenen Winkel ein, so wird er komplett reflektiert.

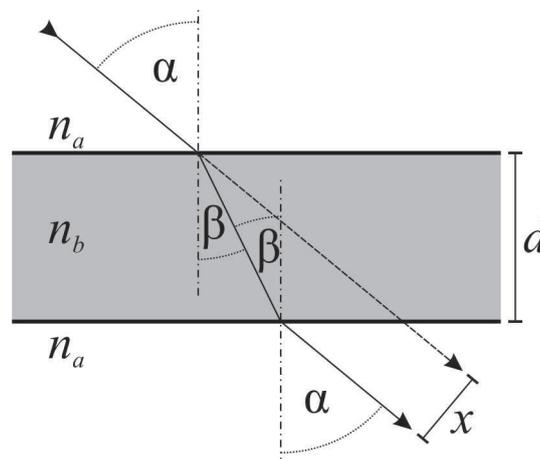


**Abb. 6:** Totalreflexion. Für Winkel kleiner als der Grenzwinkel erfolgt die Brechung analog zu Abbildung 5, während größere Winkel zu einer Totalreflexion führen. Der gesamte Strahl wird reflektiert und verlässt das Medium nicht.

### Parallelverschiebung

Beim Durchgang eines Strahls durch ein Medium, dessen Ein- und Austrittsfläche planparallel zueinander sind, tritt der transmittierte Strahl parallel zum einfallenden aus. Durch die doppelte Brechung tritt keine Richtungsänderung auf, sondern der Strahl wird lediglich um einen Betrag  $x$  verschoben.

$$x = d \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} \quad (7)$$



**Abb. 7:** Beim Durchgang durch ein Medium mit parallelen Flächen verlässt der transmittierte Strahl das Medium um einen Betrag  $x$  vom Strahlenverlauf ohne Hindernis verschoben. (Der Strahlengang des reflektierten Lichts wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht in der Skizze eingezeichnet.)

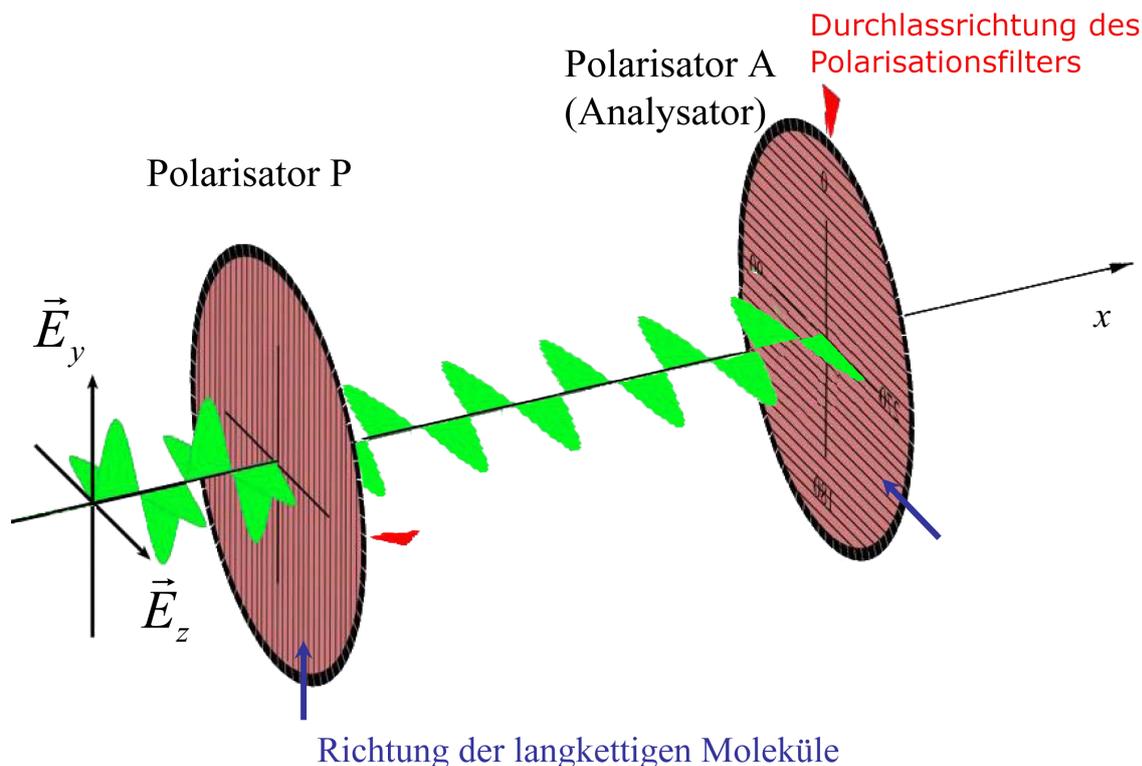
### Strahlengang durch ein gleichseitiges Prisma

Als weitere Anwendung kann mit den Gesetzen der geometrischen Optik der Strahlengang am gleichseitigen Prisma beschrieben werden. Dies ist im Anhang der Versuchsanleitung dargestellt.

## 2.2 Wellenoptik

### Polarisation

Wie bereits beschrieben, wird die Lage der Schwingungsebene des elektrischen Feldes  $\vec{E}$  der elektromagnetischen Wellenzüge als Polarisation des Lichts bezeichnet. Optische Geräte, die unpolarisiertes Licht polarisieren oder linear polarisiertes Licht in Abhängigkeit von der Richtung der Polarisation aufteilen oder absorbieren, nennt man Polarisatoren. Die Vorstellung, dass Polarisatoren wie ein Spalt arbeiten, und so nur die Richtung des  $\vec{E}$ -Feldes in Spaltrichtung passieren lassen, ist falsch. Die im Physikpraktikum genutzten Polarisationsfolien sind sogenannte Polaroidfilter, deren Funktionsweise der eines sehr dünnen und engen Drahtgitters ähnelt. Trifft eine unpolarisierte elektromagnetische Welle auf diese Drähte, regt die Komponente des  $\vec{E}$ -Feldes in Drahrichtung die Ladungsträger im Draht zu Schwingungen an und entzieht dieser Komponente Energie, so dass hinter dem Gitter die Komponente senkrecht zu den Drähten des Gitters überwiegt. In der verwendeten Folie sind diese Drähte ausgerichtete langkettige Kohlenwasserstoffe, in die Iodatome gebunden sind, deren Leitungselektronen entlang der Ketten schwingen können. Mathematisch kann man sich vorstellen, dass ein Polarisator die Projektion des  $\vec{E}$ -Feldvektors in die Polarisationsrichtung des Polarisators bewirkt.



**Abb. 8:** Den  $\vec{E}$ -Feld-Vektor einer von links in  $x$ -Richtung einlaufenden beliebig polarisierten Lichtwelle kann man in seine Komponenten entlang der  $y$ - und  $z$ -Achse zerlegen. Der  $\vec{E}$ -Feldkomponente, die im Polarisator P parallel zu den langkettigen Molekülen in  $y$ -Richtung schwingt, wird durch die mit-schwingenden Elektronen Energie entzogen, so dass hinter dem Polarisator P die dazu senkrechte Komponente in  $z$ -Richtung überwiegt. Folgt dahinter ein weiterer Polarisator A (Analytator), dessen langkettige Moleküle gegenüber denen im Polarisator P senkrecht ausgerichtet sind, wird die Wellenfront hinter den beiden gekreuzten Polarisatoren vollständig gelöscht.

## Gesetz von Malus

Licht ist nach Durchgang durch einen Polarisator mit Polarisationsrichtung  $\vec{e}_0$  linear polarisiert mit der elektrischen Feldstärke  $\vec{E}_0 = E_0 \vec{e}_0$  und der Intensität  $I_0 \propto |\vec{E}_0|^2$ . Durchquert das Licht einen zweiten Polarisator mit Polarisationsrichtung  $\vec{e}_1$ , die bezüglich der Polarisationsrichtung des ersten Polarisators um einen Winkel  $\alpha$  verdreht ist, so kann nur die Komponente der elektrischen Feldstärke parallel zur Polarisationsrichtung des zweiten Filters passieren. Somit gilt:

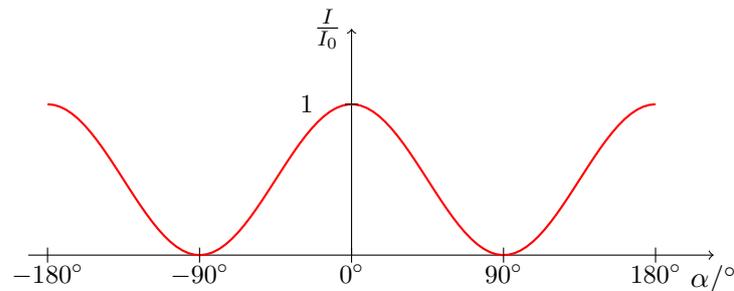
$$\vec{E}_1 = |\vec{E}_0| \cos(\alpha) \vec{e}_1 \quad (8)$$

Für die Intensität des Lichts, das den zweiten Filter passiert, ergibt sich entsprechend:

$$|\vec{E}_1|^2 = |\vec{E}_0|^2 \cos^2(\alpha) \quad (9)$$

$$I_1 = I_0 \cos^2(\alpha) \quad (10)$$

Gleichung (10) ist als Gesetz von Malus bekannt. Bei  $\alpha = 45^\circ$  ergibt sich eine Verringerung der Intensität auf  $\cos^2(45^\circ) \cdot I_0 = \frac{1}{2} I_0$ . Die Spezialfälle idealer Durchlass bei  $\alpha = 0^\circ$  und vollständige Absorption bei  $\alpha = 90^\circ$  ergeben sich entsprechend.



**Abb. 9:** Intensität des Lichts nach Durchgang durch zwei Polarisationsfilter in Abhängigkeit vom Winkel, um den die Polarisationsfilter gegeneinander verdreht sind.

Aus dem Gesetz von Malus folgt ein interessantes Phänomen: Licht kann eine Anordnung von zwei um  $90^\circ$  verdrehten Polarisationsfiltern nicht passieren, es wird vollständig absorbiert. Positioniert man nun einen zusätzlichen Polarisationsfilter zwischen die beiden anderen, so kann erneut ein Teil des Lichts die gesamte Anordnung passieren. (Wie groß ist dieser Anteil?)

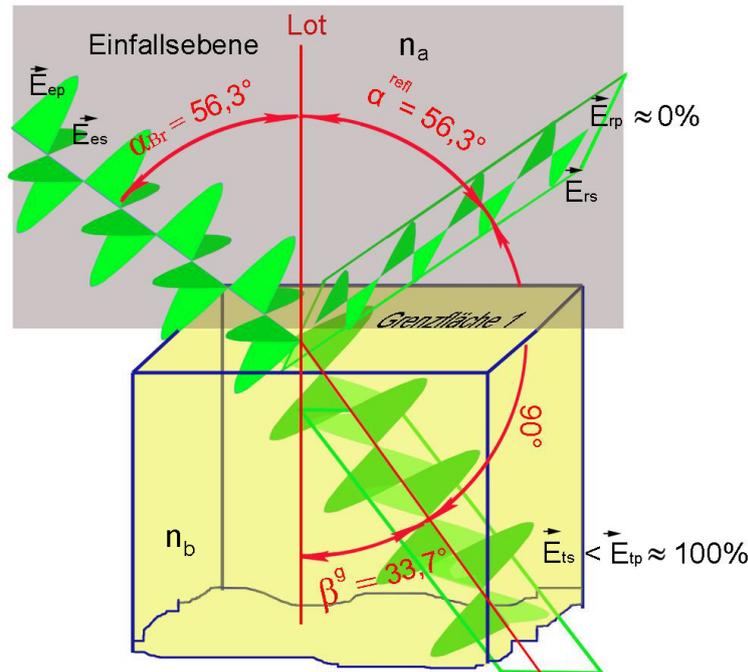
## Brewsterwinkel

Wird Licht an einer Grenzfläche reflektiert, so ist die Intensität des reflektierten Lichts sowohl vom Einfallswinkel als auch von der Polarisation des Lichts abhängig. Eine quantitative Beschreibung liefern die Fresnelschen Gleichungen im Anhang.

Ein besonderer Spezialfall dieser Abhängigkeit kann unter der Bedingung beobachtet werden, dass der reflektierte und der gebrochene Strahl senkrecht aufeinander stehen ( $\alpha' + \beta = 90^\circ$ ). Unter dem zugehörigen Einfallswinkel (Brewsterwinkel) wird nur senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht reflektiert. Das reflektierte Licht ist also linear polarisiert, während im transmittierten Licht weiterhin unterschiedliche Polarisationsrichtungen auftreten. Bei Anwendung des Gesetzes von Snellius (Gleichung (4)) ergibt sich der sogenannte äußere und innere Brewsterwinkel entspr. Abb. 10:

$$\tan \alpha_{\text{Br}} = \frac{n_b}{n_a} \quad (11)$$

$$\tan \beta_g = \frac{n_a}{n_b} \quad (12)$$



**Abb. 10:** Reflexionsverhalten bei Lichteinfall im Brewsterwinkel (Übergang Luft/Plexiglas), senkrecht ( $\vec{E}_s$ ) zur Einfallsebene polarisiertes Licht wird reflektiert, parallel ( $\vec{E}_p$ ) zur Einfallsebene polarisiertes Licht wird nicht reflektiert.

### Beugung am Gitter

Trifft Licht auf einen dünnen Spalt, dann entstehen dort gemäß des Huygenschen Prinzips Elementarwellen, die sich kreisförmig ausbreiten. Trifft Licht auf einen Doppelspalt, so überlagern sich diese Elementarwellen und es kommt zur Interferenz. Dies ist in (Abb. 11) illustriert. Für kleine Winkel  $\theta$  bzw. einen sehr großen Abstand zwischen Schirm und Spalt ist der Gangunterschied der beiden Elementarwellen gegeben durch  $d \sin \theta$ . Ist dieser Wert ein Vielfaches der Wellenlänge  $\lambda$ , so überlagern sich beide Wellenzüge konstruktiv und ein Beugungsmaximum entsteht. Interferenzminima entstehen bei  $d \sin \theta = (k + \frac{1}{2})\lambda$ . Bei diesen Winkeln bleibt der Schirm dunkel. Der durchgehende Strahl wird mit  $k = 0$  indiziert und ist ungebeugt. Die gebeugten Strahlen  $k$ -ter Ordnung weisen einen Gangunterschied von  $k$  mal der Wellenlänge auf.

Ein optisches Gitter besteht aus sehr vielen dünnen Spalten mit geringem Abstand. Bei der Überlagerung der kreisförmigen Elementarwellen hinter den einzelnen Spalten entsteht ebenfalls konstruktive bzw. destruktive Interferenz je nach Position zur Normalen. Die maximalen Intensitäten liegen für kleine Ablenkwinkel  $\theta$  bei

$$\sin \theta = \frac{k\lambda}{d}, \text{ mit } k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \tag{13}$$

Die Beugung des Lichts ist nach Gleichung (13) wellenlängenabhängig, d.h. Licht unterschiedlicher Farbe besitzt Intensitätsmaxima an unterschiedlichen Orten. Wird weißes Licht an einem Gitter gebeugt, so bestehen die Maxima höherer Ordnung ( $k = \pm 1, \pm 2, \dots$ ) jeweils aus einem spektral aufgefächerten Band (Abbildung 12).

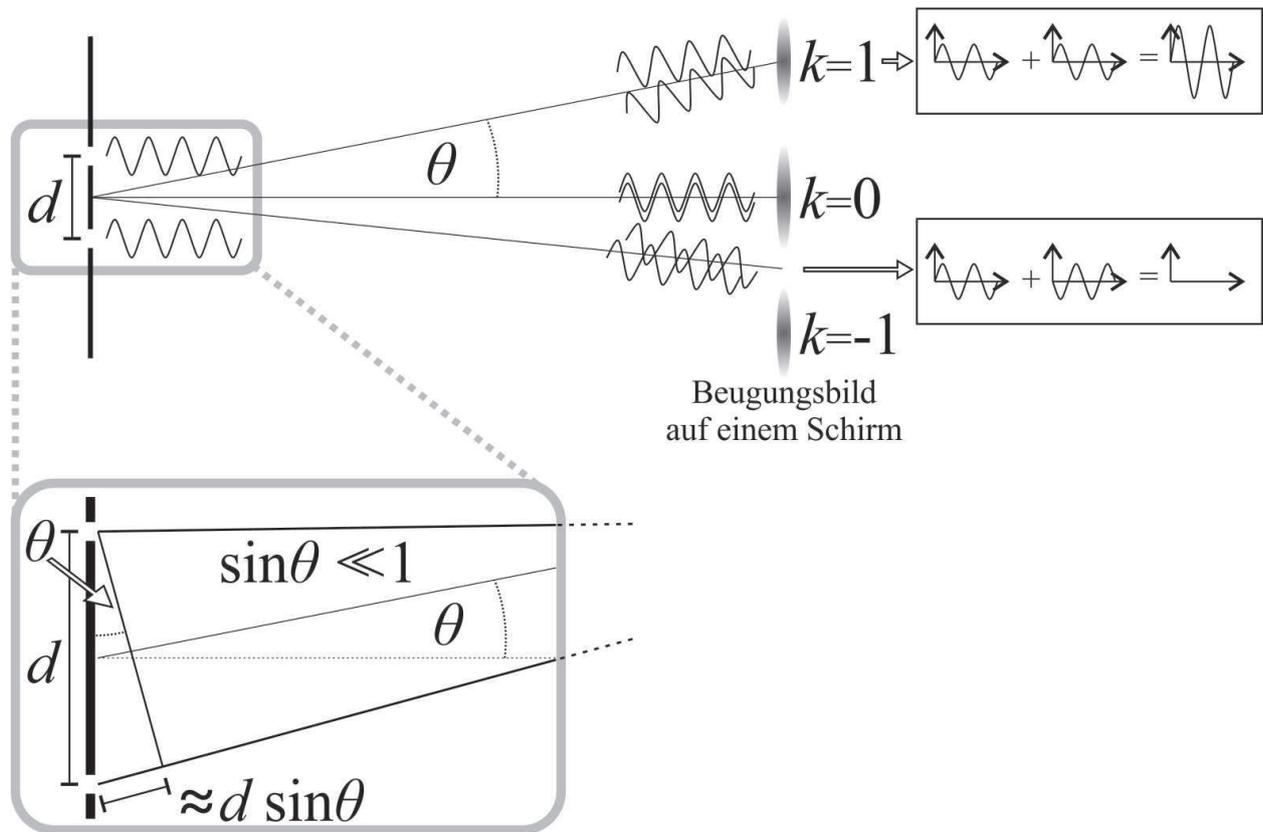


Abb. 11: Entstehung des Beugungsbilds hinter einem Doppelspalt.

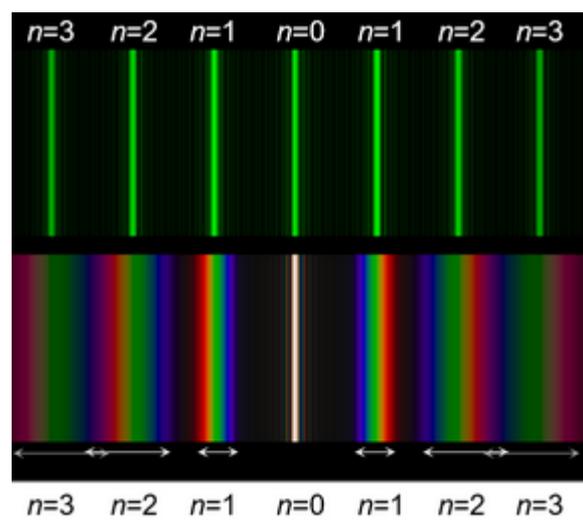


Abb. 12: Interferenzbild auf einem Schirm nach Durchgang von grünem Licht (oben) bzw. weißem Licht (unten) durch ein Strichgitter.

### 3 Anhang

#### 3.1 Herleitung der Reflexionskoeffizienten (Fresnelsche Formeln)

(nach: P. Schaller, *Neue optische Versuche für physikalische Praktika am Beispiel der Gesetze von Snellius und Fresnel*, Dissertation, Universität Bremen, 2010)

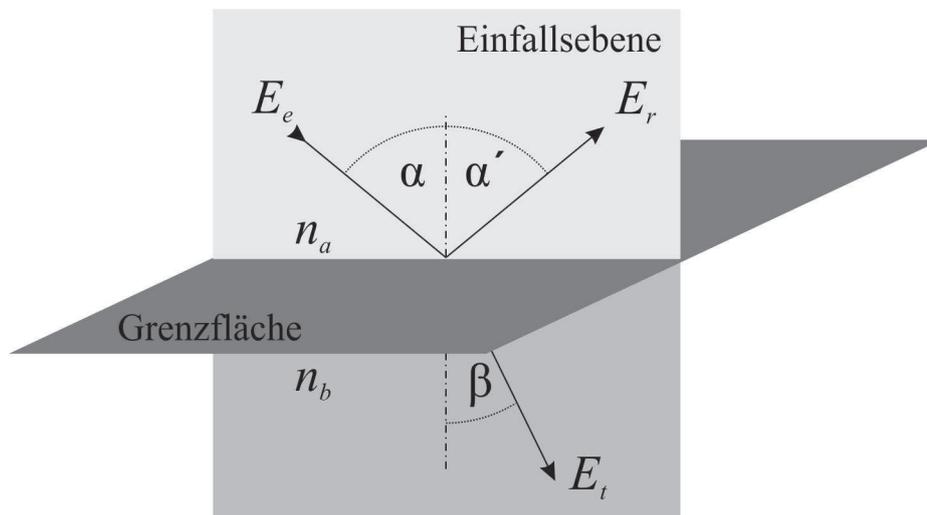
Das Verhalten der Intensitäten des reflektierten und transmittierten Anteils des Lichts wird durch die Fresnelschen Formeln beschrieben. Der Reflexionsgrad ist eine dimensionslose Zahl zwischen 0 und 1, die den reflektierten Anteil des Lichts beschreibt. Für das senkrecht ( $R_s$ ) und parallel ( $R_p$ ) zur Einfallsebene polarisierte Licht gilt jeweils:

$$R_s = r_s^2 = \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)} \tag{14}$$

$$R_p = r_p^2 = \frac{\tan^2(\alpha - \beta)}{\tan^2(\alpha + \beta)} \tag{15}$$

Die Fresnelschen Formeln ergeben sich aus den Stetigkeitsbedingungen der Tangentialkomponenten der elektrischen Feldstärke an optischen Grenzflächen und beschreiben die vollständige Theorie für Reflexion, Brechung und Polarisation. In komplexer Schreibweise der Brechzahlen gelten die Fresnelschen Formeln auch für Metalle und absorbierende Elektriika.

Mit  $r_s = \frac{E_{rs}}{E_{es}}$  und  $r_p = \frac{E_{rp}}{E_{ep}}$  werden die Amplitudenkoeffizienten der Reflexion und mit  $t_s = \frac{E_{ts}}{E_{es}}$  und  $t_p = \frac{E_{tp}}{E_{ep}}$  die Amplitudenkoeffizienten der Transmission bezeichnet. Aus diesen werden die Reflexionsgrade  $R_s = r_s^2$  und  $R_p = r_p^2$  und die Transmissionsgrade  $T_s = \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} t_s^2$  und  $T_p = \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} t_p^2$  bestimmt. Die Indices geben die Orientierung zur Einfallsebene an (s - senkrecht, p - parallel, e - einfallende Welle).



**Abb. 13:** Elektromagnetische Welle fällt auf eine Grenzfläche.

Die Intensität einer Lichtwelle ist proportional  $nE^2$ . Da es an der Grenzfläche keine Energiesenke gibt, wird die ankommende Energie entweder transmittiert oder reflektiert.

$$n_a(E_e^2 - E_r^2) \cos \alpha = n_b E_t^2 \cos \beta \tag{16}$$

Der reflektierte Energiestrom hat das Zeichen Minus, denn seine Richtung ist entgegengesetzt der

einfallenden Welle. Dabei wird die Polarisation des elektrischen Feldes an der Einfallsebene orientiert. Es wird zwischen senkrechter s- und paralleler p- Polarisation unterschieden.

Es wird nun eine elektromagnetische Welle betrachtet, deren elektrisches Feld senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist. Dabei ist die Parallelkomponente von E stetig:

$$E_e + E_r = E_t \quad (17)$$

Der Energiestrom ist senkenfrei und es gilt die Gleichung (16). Durch Gleichsetzen von Gleichung (16) mit (17) ergibt sich

$$r_s = \frac{E_r}{E_e} = \frac{n_a \cos \alpha - n_b \cos \beta}{n_a \cos \alpha + n_b \cos \beta} \quad (18)$$

Es wird das Gesetz von Snellius (Gleichung (4)) angewandt und man erhält den **Reflexionskoeffizienten für senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht** (zusammen mit  $R_s = r_s^2$  ergibt sich Gleichung 14).

$$r_s = \frac{E_r}{E_e} = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \quad (19)$$

Nun wird eine elektromagnetische Welle betrachtet, deren elektrisches Feld parallel zur Einfallsebene polarisiert ist. Der Energiestrom zur Grenzfläche ist wieder senkenfrei (Gleichung (16)) und es gelten die Stetigkeitsbedingungen:

$$(E_e + E_r) \cos \alpha = E_t \cos \beta \quad (20)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (19) in Gleichung (16) ergibt sich die Relation für den Reflexionskoeffizienten für die Polarisation parallel zur Einfallsebene:

$$\frac{(E_e + E_r)^2 \cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} = \frac{(E_e^2 - E_r^2) n_a \cos \alpha}{n_b \cos \beta} \quad (21)$$

$$r_p = \frac{E_r}{E_t} = \frac{\sin \beta \cos \beta - \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha + \sin \beta \cos \beta} \quad (22)$$

Wegen  $\sin \alpha \cos \alpha \mp \sin \beta \cos \beta = \sin(\alpha \pm \beta) \cos(\alpha \mp \beta)$  kann man für den **Reflexionskoeffizienten für parallel zur Einfallsebene polarisiertes Licht** schreiben (s. Gleichung (15)):

$$r_p = \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} \quad (23)$$

### 3.2 Strahlengang am gleichseitigen Prisma

Bei der Betrachtung des Strahlengangs am gleichseitigen Prisma betrachten wir nur die mit großer Intensität gebrochenen und transmittierten Strahlen an den Prismenflächen.

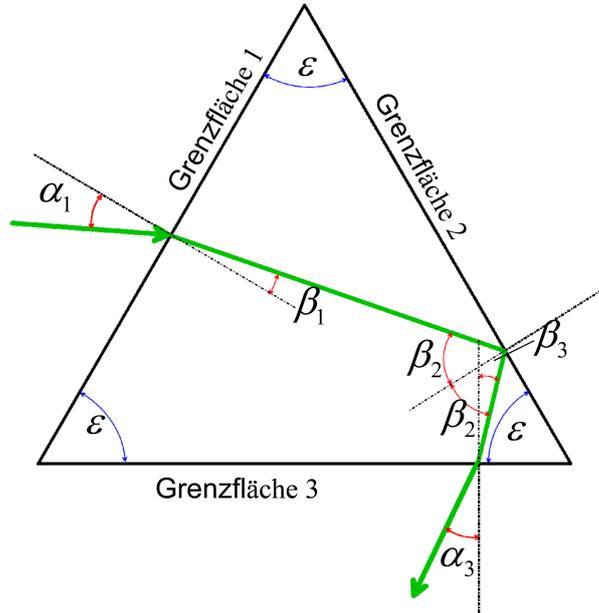
Für kleine Winkel  $\alpha_1$  (Abbildung 14) sieht man, dass der durch die Grenzfläche 1 transmittierte Strahl an der Grenzfläche 2 totalreflektiert wird und an der Grenzfläche 3 unter dem Winkel  $\alpha_3$  austritt. An der Grenzfläche 1 wird der Strahl zum Lot hin gebrochen und mit der Brechzahl der Luft  $n_{\text{Luft}} = 1$  und der Brechzahl des Prismas  $n$  wird mit dem Brechungs- und dem Reflexionsgesetz:

$$\sin \alpha_1 = n \sin \beta_1; \quad \sin \alpha_3 = n \sin \beta_3; \quad \beta_2 = \beta_2' \quad (24)$$

Weiterhin folgt aus der Winkelsumme am Dreieck:

$$\epsilon = \beta_1 + \beta_2 = \beta_2' + \beta_3 \quad \curvearrowright \beta_1 = \beta_3 \quad \curvearrowright \alpha_1 = \alpha_3. \quad (25)$$

Der transmittierte Strahl an der Grenzfläche 3 verlässt das gleichseitige Prisma unter dem gleichen Winkel wie der primäre Strahl an der Grenzfläche 1 eintritt.



**Abb. 14:** Unter kleinen Einfallswinkeln  $\alpha_1$  tritt der durch die Grenzfläche 1 transmittierte und an der Grenzfläche 2 totalreflektierte Strahl als transmittierter Strahl an der Grenzfläche 3 aus.

Für größere Winkel  $\alpha_1$  (Abbildung 15) sieht man, dass der durch die Grenzfläche 1 transmittierte Strahl an der Grenzfläche 2 sowohl unter dem Winkel  $\alpha_2$  austritt als auch mit geringerer Intensität reflektiert wird. Mit den oben genannten Annahmen wird:

$$\sin \alpha_1 = n \sin \beta_1; \quad \sin \alpha_2 = n \sin \beta_2; \quad \epsilon = \beta_1 + \beta_2, \quad (26)$$

also

$$\sin \alpha_2 = n \sin(\epsilon - \beta_1) = n \sin \left( \epsilon - \arcsin \left( \frac{\sin \alpha_1}{n} \right) \right). \quad (27)$$

Nur für Einfallswinkel  $\alpha_1$ , für die gilt

$$\alpha_1 \geq \alpha_{\text{Grenz}}; \quad n \sin \left( \epsilon - \arcsin \left( \frac{\sin(\alpha_{\text{Grenz}})}{n} \right) \right) = 1, \quad (28)$$

wird ein Strahl durch die Grenzfläche 2 transmittiert.

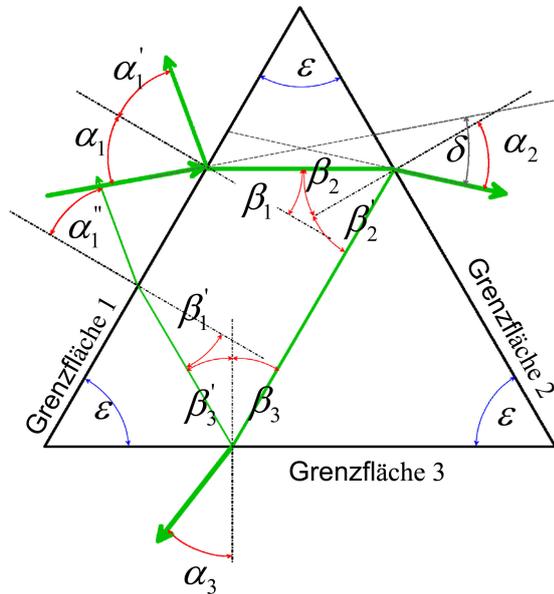
Brechungs- und Reflexionsgesetz liefern hier also:

$$\sin \alpha_1 = n \sin \beta_1; \quad \sin \alpha_1'' = n \sin \beta_1'; \quad \beta_2 = \beta_2'; \quad \beta_3 = \beta_3'. \quad (29)$$

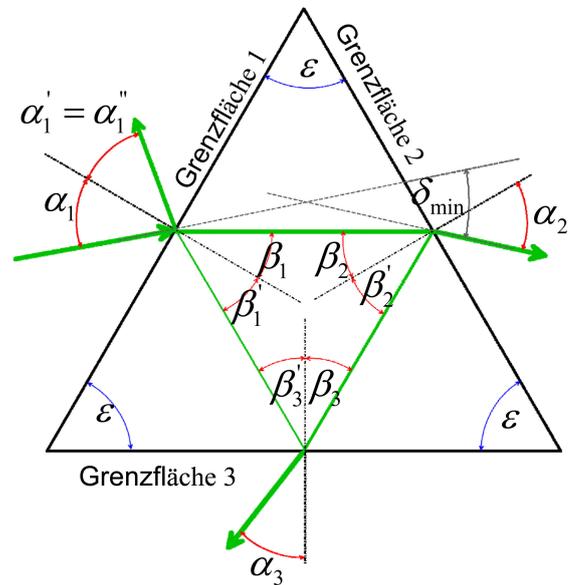
und mit der Winkelsumme am Dreieck folgt:

$$\epsilon = \beta_1 + \beta_2 = \beta_2' + \beta_3 = \beta_3' + \beta_1' \quad \curvearrowright \alpha_1 = \alpha_3 \quad \curvearrowright \alpha_2 = \alpha_1''. \quad (30)$$

Vergrößert man den Einfallswinkel  $\alpha_1$ , wird auch der Winkel  $\alpha_3$  größer, die Winkel  $\alpha_2 = \alpha_1''$  werden kleiner. Der an der Grenzfläche 1 reflektierte ( $\alpha_1'$ ) und der durch die Grenzfläche 1 austretende ( $\alpha_1''$ ) Strahl schließen den gleichen Winkel mit dem Lot auf die Grenzfläche nur ein, wenn die Winkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  gleich sind. Diese Einstellung entspricht dem in der Spektroskopie am Prisma interessanten Fall des minimalen Ablenkwinkels  $\delta = \delta_{\min}$ .



**Abb. 15:** Unter Einfallswinkeln  $\alpha_1 \geq \alpha_{\text{Grenz}}$  wird der Strahl an der Grenzfläche 2 transmittiert und reflektiert



**Abb. 16:** Der an der Grenzfläche 1 reflektierte und an gleicher Grenzfläche austretende Strahl verlassen unter gleichen Winkeln und am gleichen Punkt die Grenzfläche.

Mit der Ausnutzung der speziellen Symmetrie (Abbildung 16) lässt sich die Brechzahl  $n$  des gleichseitigen Prismas einfach bestimmen.

$$n = 2 \sin \alpha_1. \tag{31}$$

## Fragen

1. In Gleichung (4) wurde das Huygensche Prinzip angewendet, um das Brechungsgesetz herzuleiten. Leiten Sie in analoger Weise das Reflexionsgesetz (5) her.
2. Leiten Sie Gleichung (7) geometrisch her!
3. Was passiert, wenn ein Lichtstrahl durch zwei hintereinanderliegende Medien unterschiedlicher Brechungszahlen mit jeweils parallelen Flächen fällt?
4. Warum kann man beim Betrachten einer Seeoberfläche in Ufernähe den Boden sehen, während sich in einiger Entfernung vom Ufer die Landschaft spiegelt?
5. Wie verändert ein beliebig geformtes Medium (z.B. Linse) den Strahlengang?
6. Brechungswinkel und Beugungswinkel sind von der Wellenlänge des verwendeten Lichts abhängig. Welche Farbe (rot, blau, grün) wird stärker gebrochen bzw. an einem Gitter stärker gebeugt?
7. Wie funktioniert ein Polarisator?
8. Nach Durchgang durch einen Polarisationsfilter ist Licht linear polarisiert und habe die Intensität  $I_0$ . Das Licht passiert einen zweiten und dritten Polarisationsfilter, die bezüglich des ersten Filters um  $\alpha_2 = 45^\circ$  und  $\alpha_3 = 90^\circ$  verdreht sind. Berechnen Sie jeweils den Anteil des transmittierten Lichts  $\frac{I_2}{I_0}$  und  $\frac{I_3}{I_0}$ .
9. Was ist zirkular polarisiertes Licht? Wie kann man es beschreiben?

## Literatur

- [1] E. Hecht, *Optik*, Oldenbourg Verlag, 2005
- [2] L. Bergmann, C. Schaefer, *Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 3: Optik*, de Gruyter, 2004
- [3] P. A. Tipler, *Physik*, Spektrum Akademischer Verlag, 1994
- [4] D. C. Giancoli, *Physik*, Pearson, 2006
- [5] Hering, Martin, Stohrer, *Physik für Ingenieure*, Springer, 2004
- [6] Schaller, Peter, *Diss.: Neue opt. Versuche...*, Univ. Bremen, 2010