



**TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DRESDEN**

Fachrichtung Physik

Physikalisches Grundpraktikum

Versuch: **SN**

Erstellt: M. Scheffler

Bearbeitet: R. Schwierz

Aktualisiert: am 08.04. 2019

Snellius - Grundlagen der Optik

Inhaltsverzeichnis

| | |
|------------------------------------|-----------|
| 1 Aufgabenstellung | 2 |
| 2 Allgemeine Grundlagen | 2 |
| 2.1 Geometrische Optik | 2 |
| 2.2 Wellenoptik | 7 |
| 3 Hinweise zu den Versuchen | 9 |
| 4 Anhang | 9 |
| Fragen | 11 |
| Literatur | 11 |

1 Aufgabenstellung

In diesem Versuch werden einfache Phänomene der Optik mithilfe der Gesetze von Snellius und Fresnel untersucht. Brechung und Reflexion werden quantitativ beschrieben. Anhand von zwei weiteren Teilversuchen wird der Wellencharakter des Lichts deutlich.

2 Allgemeine Grundlagen

In der Optik als Teilbereich der Physik wird Licht als unmittelbarste Sinneswahrnehmung behandelt. Die Optik umfasst dabei u.a. Lichtquellen, Abbildungen, Signalübertragungen und seit der Erfindung des Lasers die optischen Technologien. Heute wird das Licht mit den optischen Mitteln technisch so eingesetzt, dass es als Werkzeug in den Produktionsmitteln der Schlüsseltechnologien arbeitet. Daher wird das 21. Jahrhundert auch als das Jahrhundert der Photonik bezeichnet.

In der klassischen Optik wird zwischen der geometrischen und der Wellenoptik unterschieden. Die geometrische Optik vernachlässigt die Wellennatur des Lichtes, wobei das Licht als Strahl betrachtet wird. Das Strahlenmodell liefert eine gute Darstellungsmöglichkeit von Reflexion, Transmission und Brechung sowie zur Bildkonstruktion an Linsen und Spiegeln. Intensitätsverhältnisse an optischen Grenzflächen sowie die Dispersion (Farbauseparierung) können hingegen nur durch den Wellencharakter des Lichts verstanden werden.

2.1 Geometrische Optik

Das Reflexionsgesetz

Durch das Reflexionsgesetz wird die Winkelbeziehung des einfallenden a und des reflektierten Strahls a' bestimmt. Dabei wird jeweils der Winkel zum Lot gemessen (vgl. Abb. 1).

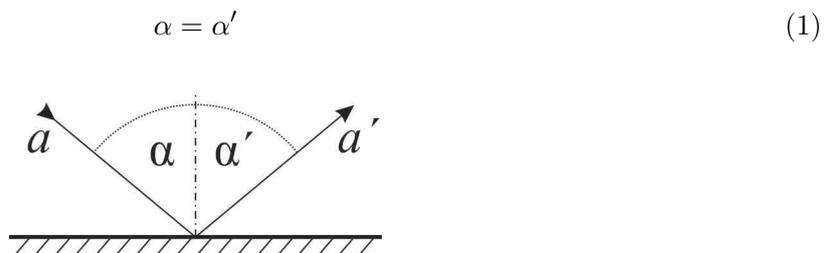


Abb. 1: Reflexion eines Lichtstrahls an einer ebenen Grenzfläche.

Das Brechungsgesetz (Snellius)

Ein Lichtstrahl bewegt sich geradlinig, solange er keiner Absorption unterliegt. Trifft er an einer Grenzfläche auf ein optisch anderes Medium, so tritt eine Strahlensplittung auf. Der einfallende Strahl a wird in einen reflektierten a' und einen gebrochenen, transmittierten Strahl b zerlegt. Dabei verhält sich der reflektierte Strahl gemäß Gleichung (1) und der Winkel des gebrochenen Strahls nach dem Brechungsgesetz entsprechend dem Verhältnis der Brechzahlen n_a , n_b der beiden Medien (vgl. Abb. 2):

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_b}{n_a} \quad (2)$$

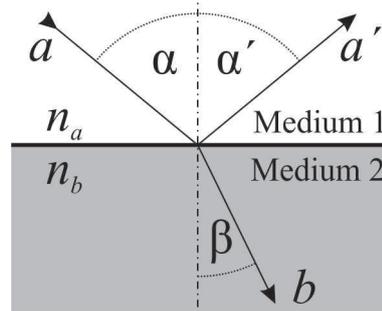


Abb. 2: Aufspaltung des Strahls in einen reflektierten und einen gebrochenen/transmittierten beim Übergang in ein anderes Medium.

Die Brechzahl des Vakuums ist $n = 1$ und alle Brechzahlen anderer Medien werden im Verhältnis dazu angegeben. Häufig ist eins der beiden Medien Luft, dessen Brechungsindex bei 15°C und Normaldruck $n_{Luft} = 1,00028 \approx 1$ ist.

Totalreflexion

Aus dem Brechungsgesetz kann man bereits erkennen, dass für den Übergang des Licht von einem optisch dichteren ins optisch dünnere Medium ($n_a > n_b$) ab einem bestimmten Einfallswinkel α_{Grenz} die Gleichung (2) nicht mehr erfüllt werden kann. Der Sinus für Werte größer als ± 1 ist mathematisch nicht definiert. Der Brechungswinkel müsste größer als 90° werden, was im Widerspruch dazu steht, dass der gebrochene Strahl in das andere Medium übertritt. Für Winkel $\alpha > \alpha_{Grenz}$ entfällt der gebrochene Anteil und es erfolgt Totalreflexion (vgl. Abb. 3). Unter Verwendung des Gesetzes von Snellius (Gleichung (2)) erhält man für $\sin(\beta = 90^\circ) = 1$ den Grenzwinkel der Totalreflexion.

$$\alpha_{Grenz} = \arcsin\left(\frac{n_b}{n_a}\right) \tag{3}$$

In der Abbildung 3 ist der Strahlenverlauf für den Grenzwinkel der Totalreflexion skizziert. Fällt der Lichtstrahl flacher als unter dem angegebenen Winkel ein, so wird er komplett reflektiert.

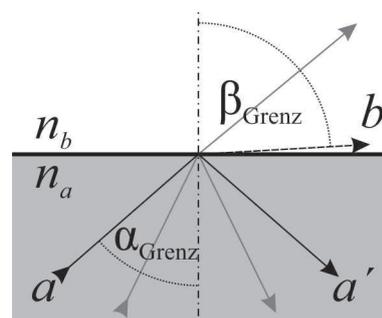


Abb. 3: Totalreflexion. Für Winkel kleiner als der Grenzwinkel erfolgt die Brechung analog zu Abbildung 2, während größere Winkel zu einer Totalreflexion führen. Der gesamte Strahl wird reflektiert und verlässt das Medium nicht.

Parallelverschiebung

Beim Durchgang eines Strahls durch ein Medium, dessen Ein- und Austrittsfläche planparallel zueinander sind, tritt der transmittierte Strahl parallel zum einfallenden aus. Durch die doppelte

Brechung tritt keine Richtungsänderung auf, sondern der Strahl wird lediglich um einen Betrag x verschoben.

$$x = d \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos \beta} \quad (4)$$

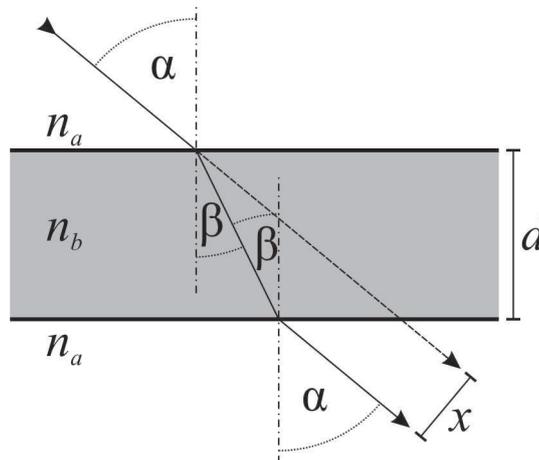


Abb. 4: Beim Durchgang durch ein Medium mit parallelen Flächen verlässt der transmittierte Strahl das Medium um einen Betrag x vom Strahlenverlauf ohne Hindernis verschoben. (Der Strahlengang des reflektierten Lichts wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht in der Skizze eingezeichnet.)

Strahlengang durch ein gleichseitiges Prisma

Bei der Betrachtung des Strahlengangs am gleichseitigen Prisma betrachten wir nur die mit großer Intensität gebrochenen und transmittierten Strahlen an den Prismenflächen.

Für kleine Winkel α_1 (Abbildung 5) sieht man, dass der durch die Grenzfläche 1 transmittierte Strahl an der Grenzfläche 2 totalreflektiert wird und an der Grenzfläche 3 unter dem Winkel α_3 austritt. An der Grenzfläche 1 wird der Strahl zum Lot hin gebrochen und mit der Brechzahl der Luft $n_{Luft} = 1$ und der Brechzahl des Prismas n wird mit dem Brechungs- und dem Reflexionsgesetz:

$$\sin \alpha_1 = n \sin \beta_1; \quad \sin \alpha_3 = n \sin \beta_3; \quad \beta_2 = \beta_2' \quad (5)$$

Weiterhin folgt aus der Winkelsumme am Dreieck:

$$\epsilon = \beta_1 + \beta_2 = \beta_2' + \beta_3 \quad \curvearrowright \beta_1 = \beta_3 \quad \curvearrowright \alpha_1 = \alpha_3. \quad (6)$$

Der transmittierte Strahl an der Grenzfläche 3 verlässt das gleichseitige Prisma unter dem gleichen Winkel wie der primäre Strahl an der Grenzfläche 1 eintritt.

Für größere Winkel α_1 (Abbildung 6) sieht man, dass der durch die Grenzfläche 1 transmittierte Strahl an der Grenzfläche 2 sowohl unter dem Winkel α_2 austritt als auch mit geringerer Intensität reflektiert wird. Mit den oben genannten Annahmen wird:

$$\sin \alpha_1 = n \sin \beta_1; \quad \sin \alpha_2 = n \sin \beta_2; \quad \epsilon = \beta_1 + \beta_2, \quad (7)$$

also

$$\sin \alpha_2 = n \sin(\epsilon - \beta_1) = n \sin \left(\epsilon - \arcsin \left(\frac{\sin \alpha_1}{n} \right) \right). \quad (8)$$

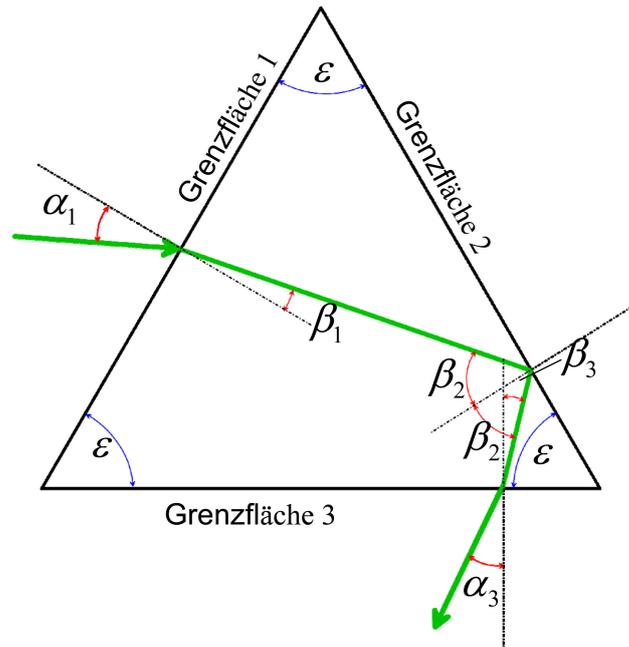


Abb. 5: Unter kleinen Einfallswinkeln α_1 tritt der durch die Grenzfläche 1 transmittierte und an der Grenzfläche 2 totalreflektierte Strahl als transmittierter Strahl an der Grenzfläche 3 aus.

Nur für Einfallswinkel α_1 , für die gilt

$$\alpha_1 \geq \alpha_{Grenz}; \quad n \sin \left(\epsilon - \arcsin \left(\frac{\sin(\alpha_{Grenz})}{n} \right) \right) = 1, \tag{9}$$

wird ein Strahl durch die Grenzfläche 2 transmittiert.

Brechungs- und Reflexionsgesetz liefern hier also:

$$\sin \alpha_1 = n \sin \beta_1; \quad \sin \alpha_1'' = n \sin \beta_1'; \quad \beta_2 = \beta_2'; \quad \beta_3 = \beta_3'. \tag{10}$$

und mit der Winkelsumme am Dreieck folgt:

$$\epsilon = \beta_1 + \beta_2 = \beta_2' + \beta_3 = \beta_3' + \beta_1' \quad \curvearrowright \alpha_1 = \alpha_3 \quad \curvearrowright \alpha_2 = \alpha_1''. \tag{11}$$

Vergrößert man den Einfallswinkel α_1 , wird auch der Winkel α_3 größer, die Winkel $\alpha_2 = \alpha_1''$ werden kleiner. Der an der Grenzfläche 1 reflektierte (α_1') und der durch die Grenzfläche 1 austretende (α_1'') Strahl schließen den gleichen Winkel mit dem Lot auf die Grenzfläche nur ein, wenn die Winkel α_1 und α_2 gleich sind. Diese Einstellung entspricht dem in der Spektroskopie am Prisma interessanten Fall des minimalen Ablenkungswinkels $\delta = \delta_{min}$.

Mit der Ausnutzung der speziellen Symmetrie (Abbildung 7) lässt sich die Brechzahl n des gleichseitigen Prismas einfach bestimmen.

$$n = 2 \sin \alpha_1. \tag{12}$$

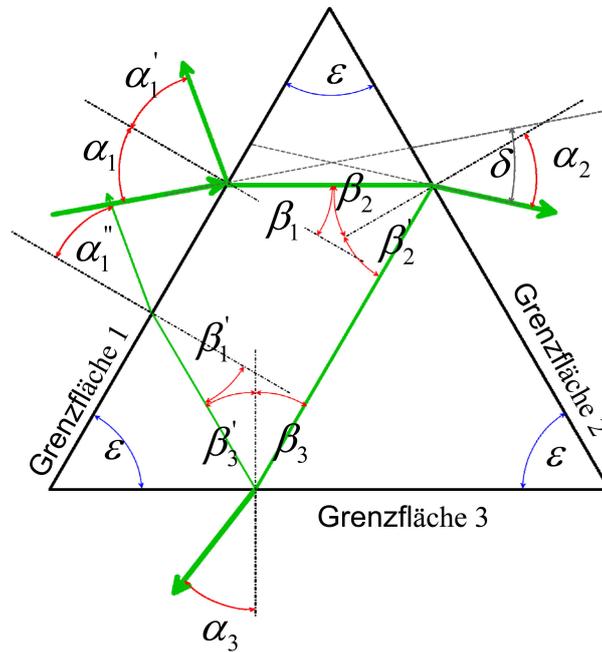


Abb. 6: Unter Einfallswinkeln $\alpha_1 \geq \alpha_{Grenz}$ wird der Strahl an der Grenzfläche 2 transmittiert und reflektiert

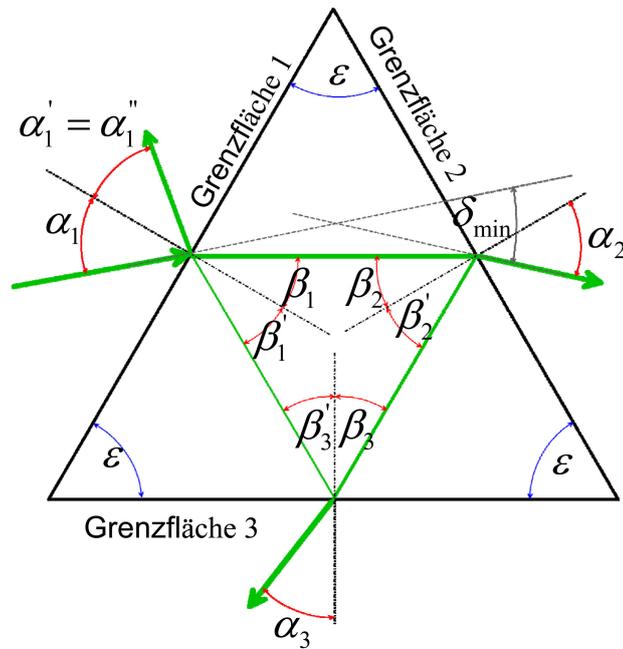


Abb. 7: Der an der Grenzfläche 1 reflektierte und an gleicher Grenzfläche austretende Strahl verlassen unter gleichen Winkeln und am gleichen Punkt die Grenzfläche.

2.2 Wellenoptik

Einige optische Phänomene können mit der geometrischen Optik und ihrer Reduzierung des Lichts auf die Ausbreitungsrichtung nicht verstanden werden. Betrachtet man Licht als elektromagnetische Welle (vgl. Abb. 8), so kann es mittels der Maxwell'schen Gleichungen beschrieben werden. Die Vektoren der elektrischen Feldstärke ($\vec{E}(z, t)$) und der magnetischen Feldstärke ($\vec{H}(z, t)$), wird hier nicht weiter betrachtet) stehen senkrecht aufeinander und auf der Ausbreitungsrichtung (hier z -Richtung). Sie breiten sich im Vakuum mit Lichtgeschwindigkeit ($c = 299792458 \frac{m}{s}$) aus. Der Wert der Lichtgeschwindigkeit ist eine Naturkonstante. In einem Material ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit v des Lichts kleiner als c . Die Wellenlänge λ des Lichts gibt im Allgemeinen dessen Farbe an.

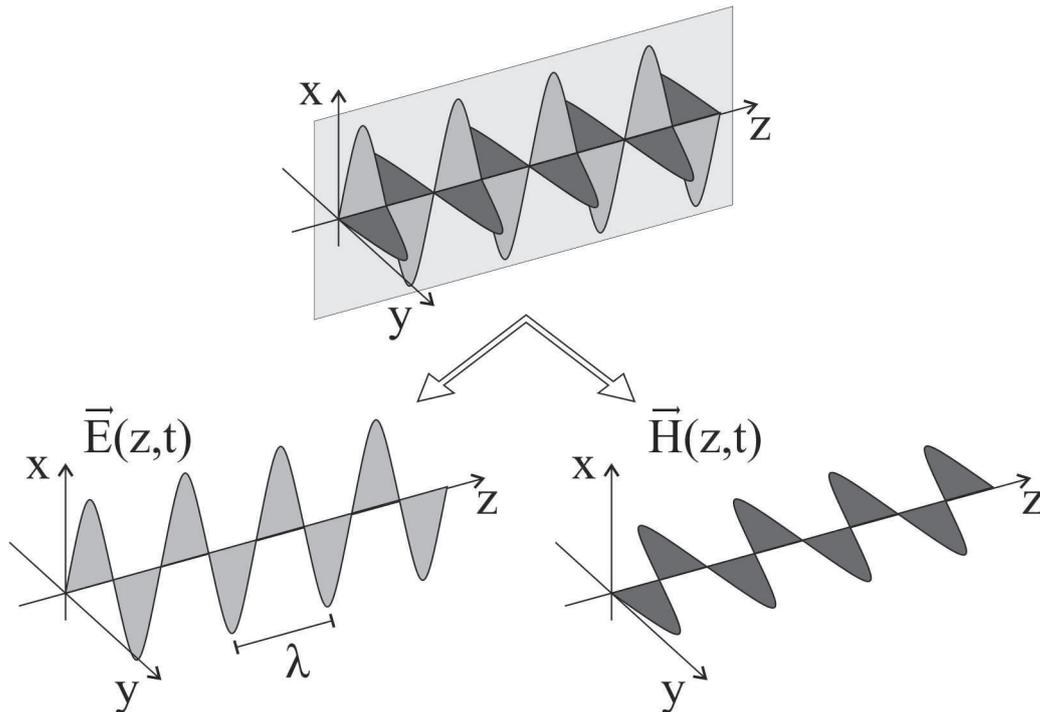


Abb. 8: Die Maxwell'schen Gleichungen beschreiben das Licht als elektromagnetische Welle mit einer Ausbreitungsrichtung (hier: z) und -geschwindigkeit v oder c , einer Wellenlänge λ und einer Polarisation (grau hinterlegte Ebene). Im Allgemeinen besteht Licht aus Wellenzügen unterschiedlicher Wellenlänge, Richtung und Polarisation.

Fresnelsche Formeln

Die Schwingungsebene der elektromagnetischen Welle (\vec{E} -Feld) wird als Polarisation des Lichts bezeichnet und befindet sich immer senkrecht zur Ausbreitungsgeschwindigkeit. Beim Übergang in ein anderes Medium verändert sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit sowohl vom Betrag her als auch von der Richtung, und somit auch häufig die Polarisation. Das Verhalten der Intensitäten des reflektierten und transmittierten Anteils wird durch die Fresnelschen Formeln beschrieben. Der Reflexionsgrad des senkrecht (R_s) und parallel (R_p) zur Einfallsebene polarisierten Lichts ist:

$$R_s = r_s^2 = \frac{\sin^2(\alpha - \beta)}{\sin^2(\alpha + \beta)} \tag{13}$$

$$R_p = r_p^2 = \frac{\tan^2(\alpha - \beta)}{\tan^2(\alpha + \beta)} \tag{14}$$

Eine Herleitung dieser Formeln befindet sich im Anhang (Abschnitt 4).

Brewsterwinkel

Unter einem bestimmten Einfallswinkel divergiert der Nennerterm aus Gleichung (14). Dafür müssen der reflektierte und der transmittierte Strahl senkrecht aufeinanderstehen ($\alpha' + \beta = 90^\circ$). Dann wird der Reflexionsgrad $R_p = 0$ und nur senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht wird reflektiert. Das reflektierte Licht ist also linear polarisiert, während im transmittierten Licht weiterhin unterschiedliche Polarisationsrichtungen auftreten. Bei Anwendung des Gesetzes von Snellius (Gleichung (2)) ergibt sich der sogenannte äußere und innere Brewsterwinkel:

$$\tan \alpha_{Brew} = \frac{n_b}{n_a} \quad (15)$$

$$\tan \beta_{Brew} = \frac{n_a}{n_b} \quad (16)$$

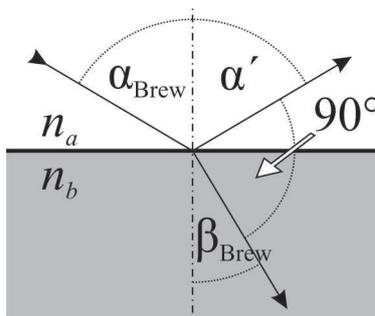


Abb. 9: Fällt Licht genau unter dem Brewsterwinkel auf eine Grenzfläche, so ist der reflektierte Anteil linear polarisiert.

Beugung am Gitter

Trifft Licht auf einen dünnen Spalt, dann entstehen dort Elementarwellen, die sich kreisförmig ausbreiten. Am Beispiel eines Doppelspalts (Abb. 10) wird die Entstehung eines Interferenzmuster deutlich. Für kleine Winkel θ bzw. einen sehr großen Abstand zwischen Schirm und Spalt ist der Gangunterschied der beiden Elementarwellen gegeben durch $d \sin \theta$. Ist dieser Wert ein Vielfaches der Wellenlänge λ , so überlagern sich beide Wellenzüge konstruktiv und ein Beugungsmaximum entsteht. Interferenzminima entstehen bei $d \sin \theta = (k + \frac{1}{2})\lambda$. Bei diesen Winkeln bleibt der Schirm dunkel. Der durchgehende Strahl wird mit $k = 0$ indiziert und ist ungebeugt. Die gebeugten Strahlen k -ter Ordnung weisen einen Gangunterschied von k mal der Wellenlänge auf.

Ein Gitter besteht aus sehr vielen dünnen Spalten sehr nah aneinander. Bei der Überlagerung der kreisförmigen Elementarwellen hinter den einzelnen Spalten entsteht ebenfalls positive und negative Interferenz je nach Position zur Normalen. Die maximalen Intensitäten liegen für kleine Ablenkwinkel θ bei

$$\sin \theta = \frac{k\lambda}{d} \text{ mit } k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (17)$$

Die Beugung des Lichts ist nach Gleichung (17) wellenlängenabhängig, d.h. Licht unterschiedlicher Farbe besitzt Intensitätsmaxima an unterschiedlichen Orten. Wird weißes Licht an einem Gitter gebeugt, so bestehen die Maxima höherer Ordnung ($k = \pm 1, \pm 2, \dots$) jeweils aus einem spektral aufgefächerten Band.

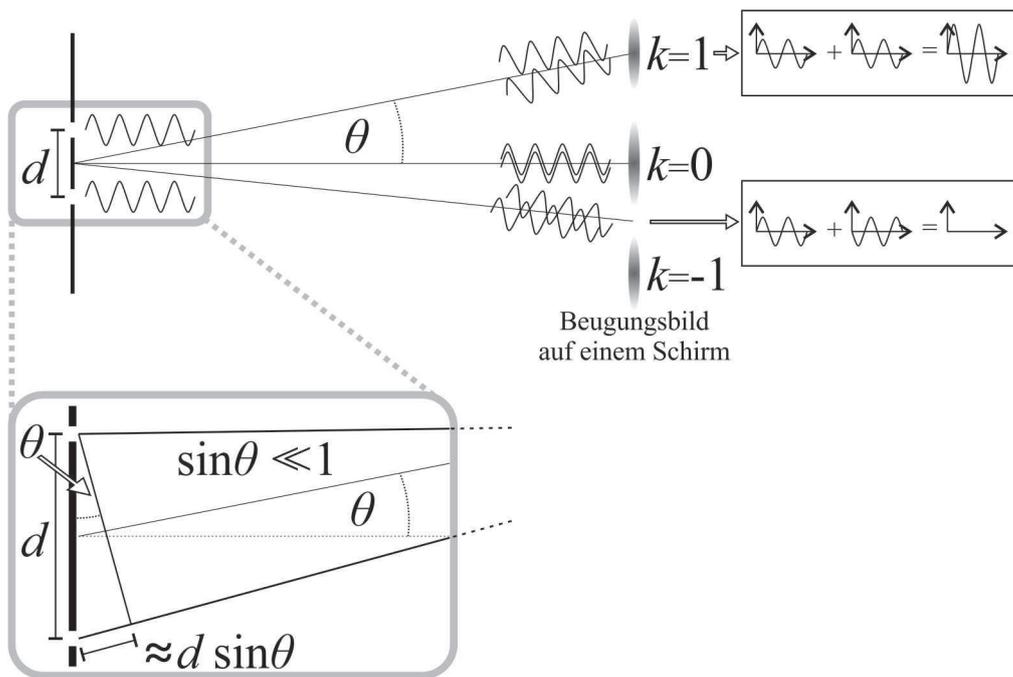


Abb. 10: Entstehung des Beugungsbilds hinter einem Doppelspalt.

3 Hinweise zu den Versuchen

Der Versuch findet an einem Aufbau statt, der mit den bekannten Darstellungen der Strahlenoptik in der Ebene identisch ist. Mithilfe eines fokussierten Laserstrahls wird der Verlauf des Lichts sichtbar gemacht und Zusammenhänge können direkt nachvollzogen werden. Während der Versuchsdurchführung lassen sich die Messwerte und Strahlengänge in ausliegende Formblätter eintragen. Danach werden die Lote und Winkel in der Darstellung ergänzt. Es werden Klebstifte, Klebeband o.ä. benötigt, um die Blätter ins Protokollheft einzufügen.

4 Anhang

Herleitung der Reflexionskoeffizienten (Fresnelsche Gleichungen)

(aus: P. Schaller, *Neue optische Versuche für physikalische Praktika am Beispiel der Gesetze von Snellius und Fresnel*, Dissertation, Universität Bremen, 2010)

Die Änderungen der Intensitäten an den Grenzflächen aufgrund von Brechung und Reflexion der sich ausbreitenden elektromagnetischen Wellen werden mit den Fresnelschen Formeln dargestellt. Sie ergeben sich aus den Stetigkeitsbedingungen der Tangentialkomponenten von optischen Grenzflächen und beschreiben die vollständige Theorie für Reflexion, Brechung und Polarisierung. In komplexer Schreibweise der Brechzahlen gelten die Fresnelschen Formeln auch für Metalle und absorbierende Elektrizität.

Mit $r_s = \frac{E_{rs}}{E_{es}}$ und $r_p = \frac{E_{rp}}{E_{ep}}$ werden die Amplitudenkoeffizienten der Reflexion und mit $t_s = \frac{E_{ts}}{E_{es}}$ und $t_p = \frac{E_{tp}}{E_{ep}}$ die Amplitudenkoeffizienten der Transmission bezeichnet. Aus diesen werden die Reflexionsgrade $R_s = r_s^2$ und $R_p = r_p^2$ und die Transmissionsgrade $T_s = \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} t_s^2$ und $T_p = \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} t_p^2$ bestimmt. Die Indices geben die Orientierung zur Einfallsebene an (s - senkrecht, p - parallel, e - einfallende Welle).

Die Intensität einer Lichtwelle ist proportional nE^2 . Da es an der Grenzfläche keine Energiesenke

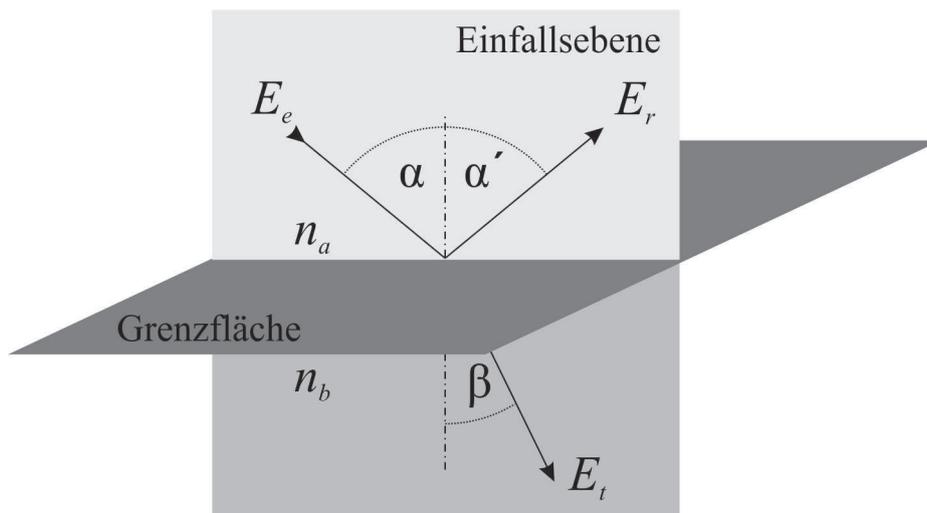


Abb. 11: Elektromagnetische Welle fällt auf eine Grenzfläche.

gibt, wird die ankommende Energie entweder transmittiert oder reflektiert.

$$n_a(E_e^2 - E_r^2) \cos \alpha = n_b E_t^2 \cos \beta \tag{18}$$

Der reflektierte Energiestrom hat das Zeichen Minus, denn seine Richtung ist entgegengesetzt der einfallenden Welle. Dabei wird die Polarisation des elektrischen Feldes an der Einfallsebene orientiert. Es wird zwischen senkrechter s- und paralleler p- Polarisation unterschieden.

Es wird nun eine elektromagnetische Welle betrachtet, deren elektrisches Feld senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist. Dabei ist die Parallelkomponente von E stetig:

$$E_e + E_r = E_t \tag{19}$$

Der Energiestrom ist senkenfrei und es gilt die Gleichung (18). Durch Gleichsetzen von Gleichung (18) mit (19) ergibt sich

$$r_s = \frac{E_r}{E_e} = \frac{n_a \cos \alpha - n_b \cos \beta}{n_a \cos \alpha + n_b \cos \beta} \tag{20}$$

Es wird das Gesetz von Snellius (Gleichung (2)) angewandt und man erhält den **Reflexionskoeffizienten für senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht** (zusammen mit $R_s = r_s^2$ ergibt sich Gleichung 13).

$$r_s = \frac{E_r}{E_e} = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)} \tag{21}$$

Nun wird eine elektromagnetische Welle betrachtet, deren elektrisches Feld parallel zur Einfallsebene polarisiert ist. Der Energiestrom zur Grenzfläche ist wieder senkenfrei (Gleichung (18)) und es gelten die Stetigkeitsbedingungen:

$$(E_e + E_r) \cos \alpha = E_t \cos \beta \tag{22}$$

Durch Einsetzen von Gleichung (21) in Gleichung (18) ergibt sich die Relation für den Reflexionskoeffizienten für die Polarisation parallel zur Einfallsebene:

$$\frac{(E_e + E_r)^2 \cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} = \frac{(E_e^2 - E_r^2) n_a \cos \alpha}{n_b \cos \beta} \tag{23}$$

$$r_p = \frac{E_r}{E_t} = \frac{\sin \beta \cos \beta - \sin \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha + \sin \beta \cos \beta} \quad (24)$$

Wegen $\sin \alpha \cos \alpha \mp \sin \beta \cos \beta = \sin(\alpha \pm \beta) \cos(\alpha \mp \beta)$ kann man für den **Reflexionskoeffizienten für parallel zur Einfallsebene polarisiertes Licht** schreiben (s. Gleichung (14)):

$$r_p = \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)} \quad (25)$$

Fragen

1. Wie verhalten sich Reflexion und Transmission beim nächtlichen Blick durch eine Fensterscheibe, wenn das Licht im Raum an- bzw. ausgeschaltet ist?
2. Warum kann man beim Betrachten einer Seeoberfläche in Ufernähe den Boden sehen, während sich in einiger Entfernung vom Ufer die Landschaft spiegelt?
3. Leiten Sie Gleichung (4) geometrisch her!
4. Was passiert, wenn ein Lichtstrahl durch zwei hintereinanderliegende Medien unterschiedlicher Brechungszahlen mit jeweils parallelen Flächen fällt?
5. Wie verändert ein beliebig geformtes Medium (z.B. Linse) den Strahlengang?
6. Welche Farbe (rot, blau, grün) wird an einem Gitter stärker gebeugt?
7. Wie funktioniert ein Polarisator?
8. Was ist zirkular polarisiertes Licht? Wie kann man es beschreiben?

Literatur

- [1] E. Hecht, *Optik*, Oldenbourg Verlag, 2005
- [2] L. Bergmann, C. Schaefer, *Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. 3: Optik*, de Gruyter, 2004
- [3] P. A. Tipler, *Physik*, Spektrum Akademischer Verlag, 1994
- [4] D. C. Giancoli, *Physik*, Pearson, 2006
- [5] Hering, Martin, Stohrer, *Physik für Ingenieure*, Springer, 2004
- [6] Schaller, Peter, *Diss.: Neue opt. Versuche...*, Univ. Bremen, 2010