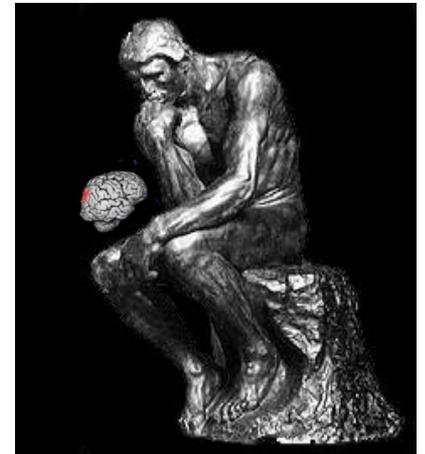




Vorlesung im SS 2013  
Kognitionspsychologie: Denken, Sprache und Problemlösen

# Induktives Schließen: Wahrscheinlichkeitsurteile und Entscheidungen

Prof. Dr. Thomas Goschke





# Überblick

---

- Induktives Denken
- Bayes-Theorem
- Vernachlässigung der Basisrate
- Konjunktionsfehler
- Heuristiken: Verfügbarkeit und Repräsentativität
- Alternative Interpretation von „Denkfehlern“ beim induktiven Schließen

# Induktives Schließen

---

## ■ Merkmale

- Schließen von Einzelfällen auf allgemeine Gesetzmäßigkeiten
- mit Unsicherheit behaftet (→ Unterschied zu deduktiven Schlüssen)

## ■ Beispiele

- Wahrscheinlichkeitsschätzungen (z.B. Krankheits- oder Unfallrisiken)
- Medizinische Diagnosen
- Generalisierung und Kategorisierung (z.B. „weiße Schwäne“)
- Wissenschaftliche Hypothesenbildung

# Fragen und Forschungsgebiete

---

## ■ **Urteilsforschung**

- Wie ziehen wir induktive Schlüsse aufgrund von Vorwissen und (unvollständiger) empirischer Evidenz?
- Wie revidieren wir Hypothesen im Lichte neuer Informationen?

## ■ **Entscheidungsforschung**

- Wie wählen wir zwischen Optionen unterschiedlicher Wünschbarkeit und Wahrscheinlichkeit?

# Literatur

---

## ■ Prüfungsrelevant:

- Eysenck & Keane (2010) (6th Ed.). *Cognitive psychology*. Kapitel 13.

## ■ Optionale Vertiefung

- Gilovich, T., Griffin, D., & Kahneman, D. (Eds.). (2002). *Heuristics and biases*. New York: Cambridge University Press.
- Kahneman, D. (2003). A perspective on judgment and choice. Mapping bounded rationality. *American Psychologist*, 58, 697–720.

## ■ Empfehlenswerte Sachbücher

- Kahneman, D. (2011). *Schnelles Denken, langsames Denken*. München: Siedler.
- Gigerenzer, G. (2004). *Das Einmaleins der Skepsis*. Berlin: BTV.
- Gigerenzer, G. (2007). *Bauchentscheidungen. Die Intelligenz des Unbewussten und die Macht der Intuition*. München: C. Bertelsmann.

# Das „Petra-Problem“

---

- Petra ist 39 Jahre alt und fühlt sich gesund. Sie weiss, dass in ihrer Altersklasse etwa 0,1% der Frauen an Brustkrebs erkranken und geht regelmässig zu einer Vorsorgeuntersuchung. Mittels der Technik der Mammographie kann man in 95% der Fälle Brustkrebs erkennen (d.h. der Test führt zu einem positiven Ergebnis). In 5% Prozent der Fälle, in denen kein Brustkrebs vorliegt, wird der Test positiv, d.h. er zeigt fälschlich eine Krebserkrankung an.
- Bei Petra wurde mittels dieses Tests Brustkrebs diagnostiziert.
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Petra tatsächlich an Brustkrebs erkrankt ist?

# Das Bayes-Theorem

---

- Thomas Bayes (1701-1761): Wie sollte Wahrscheinlichkeit von Hypothesen im Lichte neuer Information revidiert werden?
- Bekannt seien:
  - Die Wahrscheinlichkeiten von zwei konkurrierenden Hypothesen, bevor neue Daten vorliegen = *a priori Wahrscheinlichkeiten*
  - Die Wahrscheinlichkeit der neuen Daten unter den Annahme, dass die eine oder die andere Hypothese richtig ist
- Gesucht wird:
  - Wahrscheinlichkeit der Hypothesen im Lichte neuer Daten = *a posteriori Wahrscheinlichkeit*

# Das Bayes-Theorem

A-priori Wahrscheinlichkeiten der Hypothesen:

$p(H_A)$ ,  $p(H_B)$

Wahrscheinlichkeit der Daten unter den Hypothesen:

$p(D|H_A)$  und  $p(D|H_B)$

A posteriori Wahrscheinlichkeit:

$p(H_A|D) = ?$

Relative  
Wahrscheinlichkeiten  
beider Hypothesen

$$\frac{p(H_A | D)}{p(H_B | D)} = \frac{p(H_A)}{p(H_B)} \times \frac{p(D | H_A)}{p(D | H_B)}$$

A priori Wahrscheinlichkeiten beider Hypothesen x Wahrscheinlichkeit der Daten unter der jeweiligen Hypothese

$$p(H_A | D) = \frac{p(H_A) \times p(D | H_A)}{p(H_A) \times p(D | H_A) + p(H_B) \times p(D | H_B)}$$

(Positiver Test UND Krank)

(Positiver Test UND Krank) + (Positiver Test UND Gesund)

# Das Petra-Problem: Die korrekte Antwort

- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass Petra Brustkrebs hat (H), wenn Test positiv ist (D)?

A-priori Wahrscheinlichkeiten:  $p(H) = .001$

$$p(\neg H) = .99$$

Bedingte Wahrscheinlichkeiten:  $p(D|H) = .95$

$$p(D|\neg H) = .05$$

Gesucht:  $p(H|D) = ?$

$$p(H|D) = \frac{p(D|H) \cdot p(H)}{p(D|H) \cdot p(H) + p(D|\neg H) \cdot p(\neg H)}$$

$$p(H|D) = \frac{.95 \times .001}{(.95 \times .001) + (.05 \times .999)} = .019$$

# Das Petra-Problem: Die korrekte Antwort

$$\frac{p(H|D)}{p(\neg H|D)} = \frac{p(H)}{p(\neg H)} \times \frac{p(D|H)}{p(D|\neg H)}$$

$$\frac{.001}{.999} \times \frac{.95}{.05} = \frac{.00095}{.04995} = .019$$

$$p(H|D) = \frac{.0095}{.00095 + .04995} = .019$$

# Häufigkeitsdarstellung

100.000 Frauen

Gesund  
 $p(-H)$   
 $= .999$

Krank  
 $p(H)$   
 $= .001$

99900

100

Test positiv,  
wenn gesund  
 $p(D|-H) = .05$

Test negativ,  
wenn gesund  
 $p(-D|-H) = .95$

Test positiv,  
wenn krank  
 $p(D|H) = .95$

Test negativ,  
wenn krank  
 $p(-D|H) = .05$

4995

94905

95

5

Test positiv & gesund  
 $p(D|-H) \cdot p(-H)$   
.04995

Test negativ & gesund  
 $p(-D|-H) \cdot p(-H)$   
.94905

Test positiv & krank  
 $p(D|H) \cdot p(H)$   
.00095

Test negativ & krank  
 $p(-D|H) \cdot p(H)$   
.00005

Wahrscheinlichkeit  
(Krank wenn Test positiv)

=

(Test Positiv UND Krank)

-----  
(Test Positiv & Gesund ) + (Test Positiv & Krank)

=

95

-----  
4995 + 95

= 0,019

# Empirische Ergebnisse

---

- **Casscells et al. (1978)**
- Legten Mitarbeitern und Studenten der Harvard Medical School das Petra-Problem vor
- 45% der Probanden ignorierten die Basisrate völlig und gaben als Antwort 95% Wahrscheinlichkeit für den Krebs an
- Nur 18% der Vpn gaben die korrekte Antwort



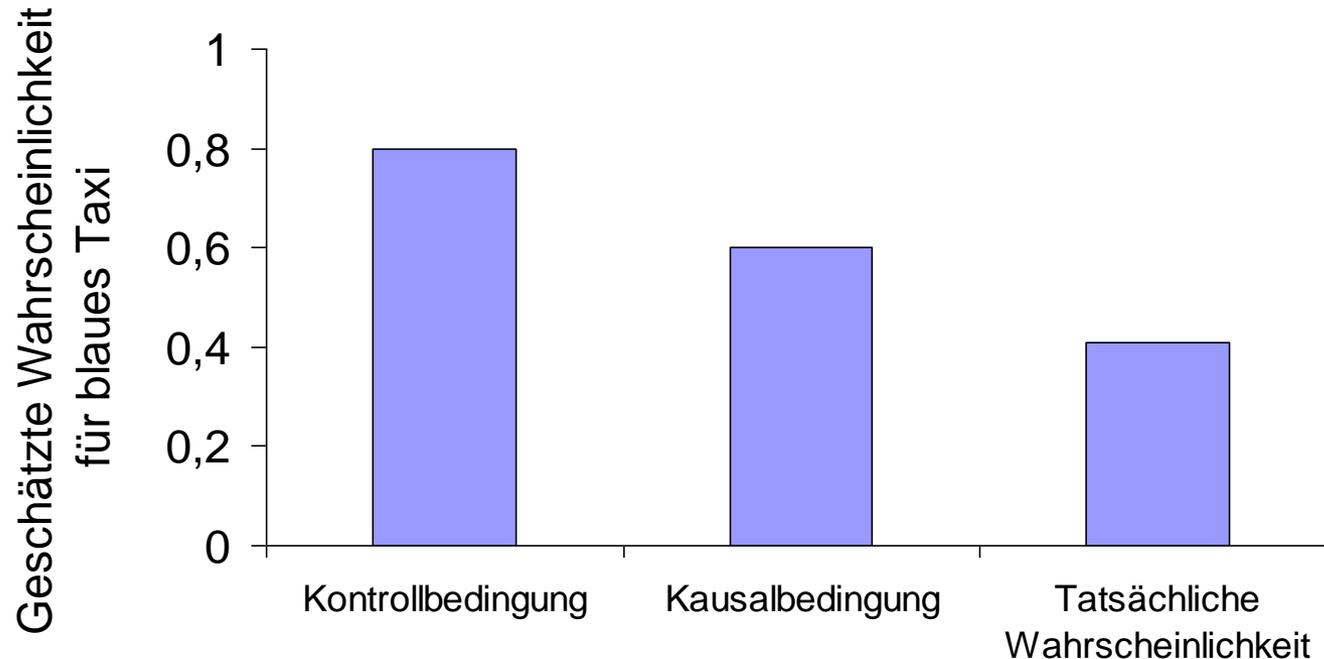
# Das Taxi-Problem

(Tversky & Kahneman, 1980)

- Ein Taxi ist in einen Unfall mit Fahrerflucht involviert. In der Stadt gibt es zwei Taxifirmen: 85% aller Taxis sind grün, 15% aller Taxis sind blau. Ein Zeuge hat das Unfalltaxi als blau identifiziert. In einem Test, in dem der Zeuge 10 blaue und 10 grüne Taxis unter den gleichen Beleuchtungsbedingungen wie beim Unfall dargeboten bekommt, identifiziert er die Farbe der Taxis in 20% der Fälle falsch. Wie wahrscheinlich ist es, dass das Unfalltaxi blau war?
- A-priori Wahrscheinlichkeiten:  
 $p(H_{\text{blau}}) = .15$   
 $p(H_{\text{grün}}) = .85$
- Bedingte Wahrscheinlichkeiten:  
 $p(D_{\text{blau}} | H_{\text{blau}}) = .80$   
 $p(D_{\text{blau}} | H_{\text{grün}}) = .20$
- Gesucht wird:  
 $p(H_{\text{blau}} | D_{\text{blau}}) = ??$

# Salienz der Kausalrelation

- Aufgabenformulierung stellte kausale Beziehung zwischen Basisrate und Unfallwahrscheinlichkeit heraus
- „Obwohl die beiden Taxifirmen etwa gleich groß sind, sind in 85% aller Unfälle in der Stadt grüne Taxis verwickelt, während nur 15% blaue Taxis an Unfällen beteiligt waren“



# Heuristiken und intuitive Strategien

## Wurden mehr Männer oder mehr Frauen präsentiert?

*Berühmte Personen werden häufiger und/oder leichter aus dem Gedächtnis abgerufen*

*→ Wir schließen aus hoher «**Verfügbarkeit**» auf große Häufigkeit*

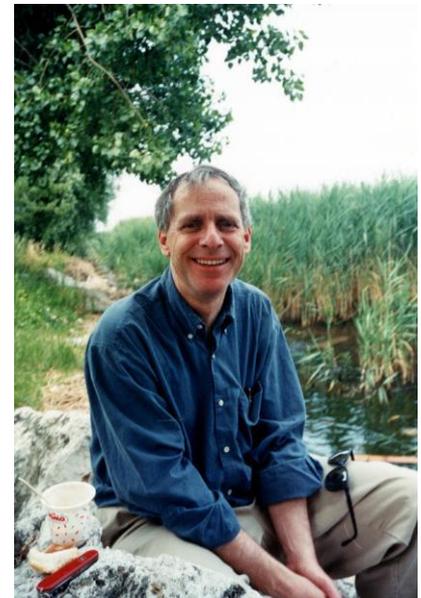
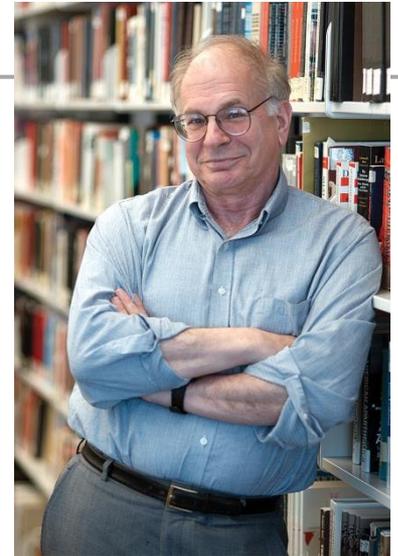
# Heuristics and biases

## ■ Daniel Kahneman

- Geb. 1934 in Tel Aviv; Prof. f. Psychologie, Princeton; Prof. em. Berkeley
- 2002 Nobelpreis für Ökonomie

## ■ Amos Tversky

- 1996 verstorben; Prof. f. Behavioral Sciences, Stanford
- über 30jährige Zusammenarbeit
- einflussreiche Beiträge zur Entscheidungsforschung (gehören zu meist zitierten Autoren)
- Nachweis, dass intuitive Urteile oft von normativen Rationalitätsstandards abweichen („heuristics & biases“)
- Relevanz für Ökonomie, Medizin, Politik u.a.



# Heuristiken

---

- „People do not normally analyse daily events into exhaustive lists of possibilities or evaluate compound probabilities by aggregating elementary ones. Instead, they commonly use a limited number of heuristics, such as representativeness and availability“ (Tversky & Kahneman, 2002).
- „people rely on a limited number of heuristic principles which reduce the complex tasks of assessing probabilities and predicting values to simpler judgmental operations. In general, these heuristics are quite useful, but sometimes they lead to severe and systematic errors.“ (Tversky & Kahneman, 1974, p.1124)

# Ein weiteres Beispiel

---

- Ein Schläger und ein Ball kosten zusammen \$ 1.10
- Der Schläger kostet \$ 1 mehr als der Ball
- Wie viel kostet der Ball?

$$S + B = 1.1$$

$$S = B + 1$$

$$B = 1.1 - S$$

$$B = 1.1 - (B + 1)$$

$$B = 1.1 - B - 1$$

$$2B = 0.1$$

$$B = 0.05$$

# Verfügbarkeitsheuristik (availability)

---

- Häufigkeitsschätzungen werden dadurch beeinflusst, wie leicht relevante Beispiele aus dem Gedächtnis abgerufen werden können (= Verfügbarkeit)
  
- Determinanten der Verfügbarkeit
  - Rezenz (Zeit seit dem letzten Abruf)
  - Häufigkeit des Abrufs
  - Ähnlichkeit
  - Affektive Valenz
  - etc.
  
- Da Verfügbarkeit nicht immer mit objektiver Häufigkeit korreliert ist, können Fehleinschätzungen resultieren

# Verfügbarkeitsheuristik (availability)

---

- Wenn ein Wort mit 3 oder mehr Buchstaben zufällig aus einem Text genommen wird, ist es wahrscheinlicher, dass das Wort mit einem „r“ beginnt oder dass ein „r“ als dritter Buchstaben auftaucht?
- Die meisten Vpn halten es für wahrscheinlicher, dass das Wort mit einem „r“ beginnt, während es in Wirklichkeit umgekehrt ist
- Worte, die mit einem „r“ beginnen, werden leichter abgerufen als Worte mit einem „r“ an dritter Stelle
- Verfügbarkeit als Heuristik, um Wahrscheinlichkeit einzuschätzen



# Verfügbarkeitsheuristik

---

- Einschätzung der Häufigkeit von Todesursachen korreliert mit Häufigkeit, mit der in Medien darüber berichtet wird (z.B. Mord vs. Selbstmord) [Lichtenstein, Slovic, Fischhoff, Layman & Coombs, 1978]
- Einschätzung der Gefährlichkeit von Flügen kurz nach einem Terroranschlag
- Einschätzung des eigenen Beitrages und des Beitrages anderer zu einer Gruppenleistung

# Repräsentativitätsheuristik (representativeness)

---

- Ereignisse, die repräsentativ oder typisch für eine Klasse oder Population sind, werden als sehr wahrscheinlich betrachtet
- Ereignisse werden als repräsentativ betrachtet, wenn sie ähnlich zu vielen anderen Ereignissen einer Klasse sind

# Repräsentativitätsheuristik

---

- Welche Abfolge ist wahrscheinlicher, wenn man 6 mal eine Münze wirft?
- HHHHHH oder THTHHT?
- Die zweite Serie wird oft für wahrscheinlicher gehalten, da sie ähnlich zu einer größeren Anzahl anderer Serien ist

# Repräsentativitätsheuristik

---

- „Jack ist ein 45-jähriger Mann. Er ist verheiratet und hat 4 Kinder. Er ist im allgemeinen konservativ, sorgfältig und strebsam. Er zeigt kein Interesse an politischen oder sozialen Problemen und verbringt den größten Teil seiner Freizeit mit seinen zahlreichen Hobbys, zu denen Heimwerken, Segeln und mathematische Rätsel gehören.“
- Vp wurde gesagt, dass Beschreibung nach Zufall aus 100 Beschreibungen ausgewählt worden war
  - Vp-Gruppe A: 70 Beschreibungen seien von Ingenieuren und 30 von Rechtsanwälten
  - Vp-Gruppe B: 30 Beschreibungen seien von Ingenieuren und 70 von Rechtsanwälten
- Wie wahrscheinlich ist es, dass Jack Ingenieur (bzw. Rechtsanwalt) ist?
- Vpn urteilten, dass Jack mit 90% Wahrscheinlichkeit Ingenieur sei, unabhängig davon, ob sie Gruppe A oder B waren

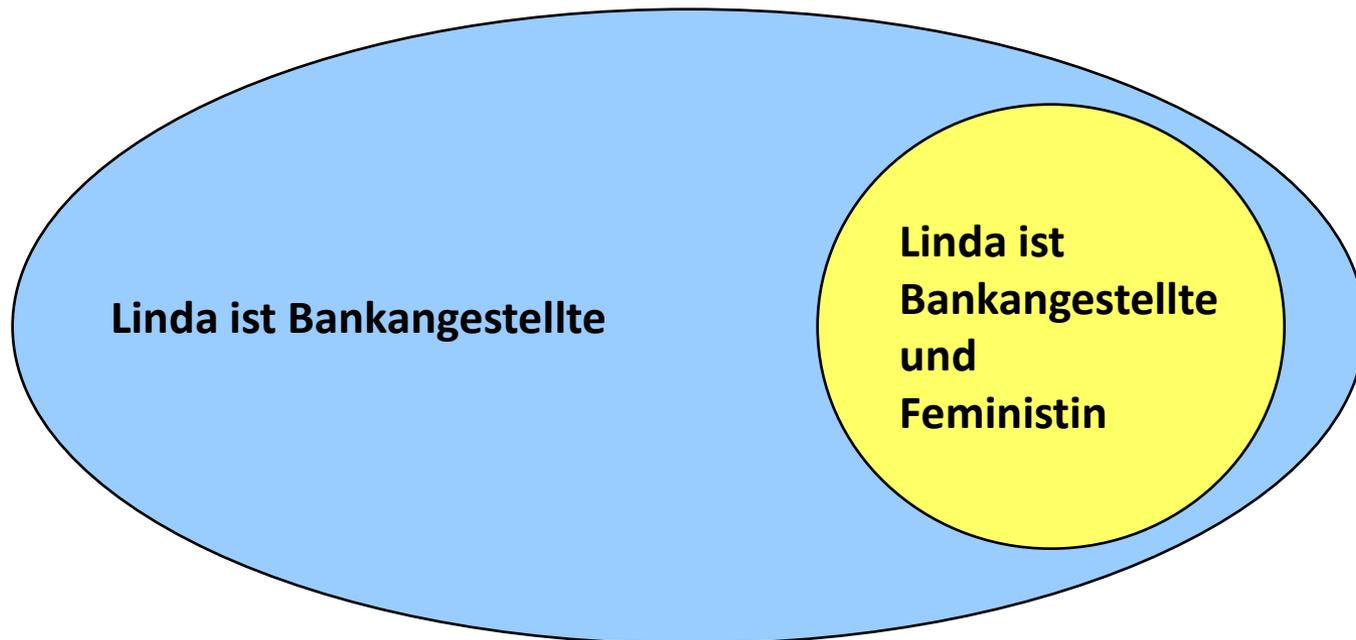
# Das Linda-Problem und der Konjunktionsfehler

(Tversky und Kahneman)

- Linda ist 31 Jahre alt, ledig, offen und sehr intelligent. Sie hat einen Abschluss in Philosophie. Als Studentin war sie sehr stark interessiert am Problem der Diskriminierung von Frauen und an der sozialen Gerechtigkeit und nahm an Anti-Atomkraft-Demonstrationen teil.
  
- Linda ist Feministin \_\_\_\_\_ %
- Linda ist Angestellte einer Bank \_\_\_\_\_ %
- Linda ist Angestellte einer Bank und aktive Feministin \_\_\_\_\_ %

# Repräsentativitätsheuristik und Konjunktionsfehler

- Vpn schätzen Wahrscheinlichkeit, dass Linda Feministin *und* Bankangestellte ist als höher ein als Wahrscheinlichkeit, dass sie nur Bankangestellte ist
- Beschreibung von Linda ist repräsentativer für „Feministin“ als für Bankangestellte



Konjunktion zweier Aussagen kann nicht wahrscheinlicher sein  
als die einzelne Aussage!

# Support Theory

(Tversky & Koehler, 1994)

---

- Subjektive Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses wird durch die Art der Beschreibung beeinflusst
- Je expliziter / konkreter Ereignis beschrieben wird, umso wahrscheinlicher erscheint es
- Redelmeier et al (1995):
  - Ärzte erhielten Beschreibung einer Frau mit Bauchschmerzen
  - Gruppe 1: schätzten Wahrscheinlich von zwei explizit genannten Diagnosen X und Y und einer Restkategorie ein
  - Gruppe 2: schätzte Wahrscheinlich von fünf explizit genannten Diagnosen ein (X und Y waren darin enthalten) und einer Restkategorie ein
  - Gruppe 1: Wahrscheinlichkeit der Restkategorie = .50
  - Gruppe 2: Wahrscheinlichkeit der drei zusätzlichen Diagnosen + der Restkategorie = .69

# Studie von Mandel (2005)

---

- Studie während erster Woche des Irakkriegs
- Eine Gruppe von Vpn schätzten Wahrscheinlichkeit eines terroristischen Anschlags in den nächsten 6 Monaten ein
- Eine andere Gruppe schätzte die Wahrscheinlichkeit eines Anschlags, der von Al-Quaida verübt wird sowie eines Anschlags, der nicht durch Al-Quaida verübt wird, ein
- Ergebnisse:
  - Gruppe 1:
    - Geschätzte Wahrscheinlichkeit eines Anschlags: .30
  - Gruppe 2:
    - Wahrscheinlichkeit eines Anschlags durch Al-Quaida: .30
    - Wahrscheinlichkeit eines sonstigen Anschlags: .18

# Bewertung der „Heuristics and biases“ Ansatzes

---

## ■ Wichtige Ergebnisse

- Zahlreiche Untersuchungen und Liste von Täuschungen („biases“) bei Wahrscheinlichkeitsurteilen
  - Vernachlässigung von Basisraten
  - Konjunktionsfehler
  - u.a.
- Erklärungen von „biases“ durch intuitive Heuristiken
  - Verfügbarkeit
  - Repräsentativität
- Großer Anregungsgehalt für die Urteils- und Entscheidungsforschung

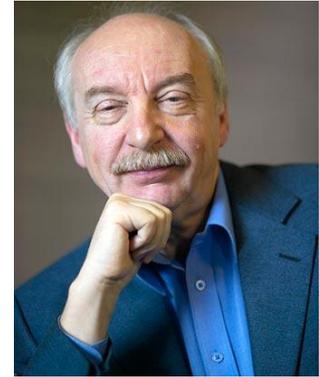
# Kritik des „Heuristics and biases“ Ansatzes

---

- Kein Prozessmodell, das spezifiziert, *wann* und *welche* Heuristiken verwendet werden welche kognitiven *Mechanismen* ihnen zugrunde liegen
- Aufgaben, in denen Wahrscheinlichkeiten explizit vorgegeben werden sind möglicherweise wenig aussagekräftig für alltägliche Urteile, die auf Erfahrungswissen beruhen
- Oft künstliche Aufgabenformulierungen, bei denen Weltwissen der Vpn eher stört als nützt
- „Fehlurteile“ mögen mitunter auf falscher Interpretation der Aufgaben beruhen
  - z.B. „Linda ist Bankangestellte“ mag dahingehend interpretiert werden, dass Linda **nicht** gleichzeitig Feministin ist → Konjunktionsfehler könnte auf Fehlinterpretation der Problemformulierung zurückzuführen sein

# Sind Heuristiken immer schlecht?

- Heuristiken sind grundsätzlich nützlich (adaptiv)
  - Schnell & geringer kognitiver Aufwand
  - Führen häufig zu korrekten Schlüssen
- Take-the-best heuristic
  - Suche Hinweise mit möglichst hoher Validität und beende die Suche, wenn ein diskriminativer Hinweis gefunden wurde



**Gerd Gigerenzer**

# Gigerenzer: „Fast and frugal heuristics“

---

- *Beispiel*: Welche Stadt hat mehr Einwohner: Herne oder Köln?
  
- *Recognition heuristic*
  - Hat man nur von einer der Alternativen gehört / erscheint eine Alternative vertrauter, wird der bekannten Alternative ein höherer Wert auf der Kriteriumsvariablen (hier: Einwohnerzahl) zugewiesen
  
- Sind beide Alternativen bekannt, suche nach weiterem validem Hinweis
  - Z.B. Welche Stadt hat eine Kathedrale oder einen Fußballverein in der 1. Liga?
  
- Vorteile
  - Schnell und geringer kognitiver Aufwand
  - Führt oft zu korrekten Urteilen
  - Goldstein & Gigerenzer (2002): Anzahl von Personen, die eine Stadt kannten korrelierte mit Einwohnerzahl ( $> .60$ )

# „Fast and frugal heuristics“: Einige Befunde

---

- Goldstein & Gigerenzer (2002)
  - Probanden verwendeten häufig die Rekognitionsheuristik
- Oppenheimer (2003)
  - Haben Vpn Wissen über die Größe von Städten, reduziert dies die Verwendung der Rekognitionsheuristik
- Pachur and Hertwig (2006)
  - Unter Zeitdruck verlassen sich Probanden stärker auf die Rekognitionsheuristik
- Newell et al. (2003)
  - Take-the-best Heuristik wird kaum verwendet, wenn die Kosten der Informationssuche gering waren und die Validität simpler Hinweise unbekannt war

# „Fast and frugal heuristics“: Bewertung

---

- Reale Häufigkeit der Verwendung möglicherweise geringer als vermutet
- Ist „Take-the-best“ Heuristik wirklich einfach?
- Werden einfache Heuristiken auch bei wirklich wichtigen Entscheidungen verwendet?
- Unter welchen Bedingungen werden welche Heuristiken angewendet?

---

# **Natürliche Häufigkeiten vs. Wahrscheinlichkeiten**

# Natürliche Häufigkeiten vs. Wahrscheinlichkeiten

---

- Gigerenzer & Hoffrage (1995, 1999): Im Lauf der Evolution haben Menschen gelernt, mit Häufigkeiten umzugehen, nicht aber mit Wahrscheinlichkeiten („natural sampling“)
- Bayes'sche Inferenzen mit absoluten Häufigkeiten (statt mit bedingten Wahrscheinlichkeiten) erfordern weniger komplexe Berechnungen
- Kognitive Illusionen können reduziert werden, wenn nach Häufigkeiten statt nach Wahrscheinlichkeiten gefragt wird:
  - probabilistisch („2%“)
  - frequentistisch („2 von 100“)

# Häufigkeiten statt Wahrscheinlichkeiten

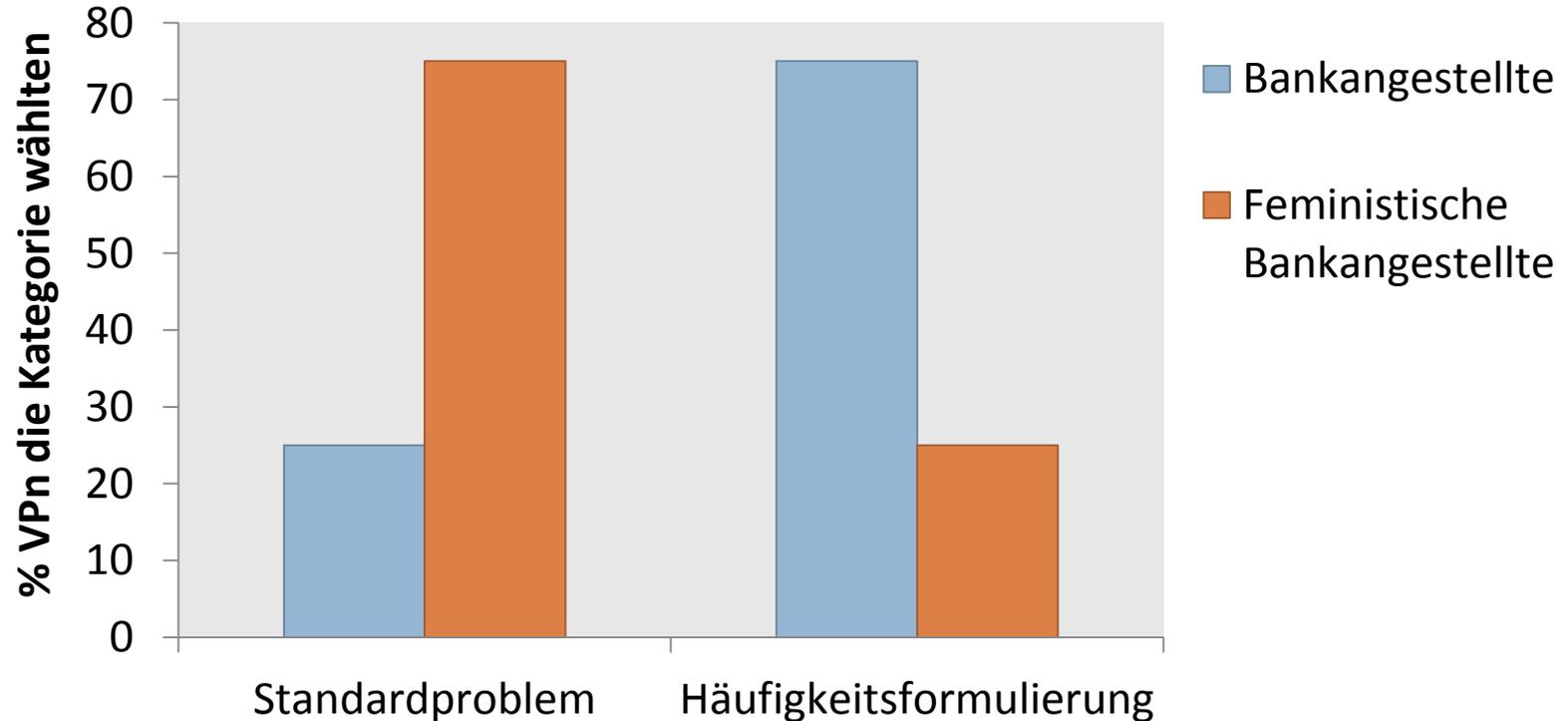
---

- Petra ist, 39 Jahre alt und weiss, dass in ihrer Altersklasse etwa 1 von 1000 Frauen an Brustkrebs erkranken. Sie geht regelmässig zu einer Vorsorgeuntersuchung. Mittels der Mammographie kann man in 95 von 100 Fällen Brustkrebs erkennen. In 5 von 100 Fällen, in denen kein Brustkrebs vorliegt, wird der Test positiv, d.h. zeigt fälschlich an, dass eine Krebserkrankung vorhanden ist. Bei Petra war der Test positiv.
- Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass Petra tatsächlich an Brustkrebs erkrankt ist?
- Bei Häufigkeitsformulierung + Instruktion, sich Verhältnisse bildlich vorzustellen => 92% Vpn nutzen Basisrateninformation! (Cosmides & Tooby, 1996)

# Häufigkeitsformulierung des Linda-Problems

(Fiedler, 1988; Gigerenzer et al., 1990)

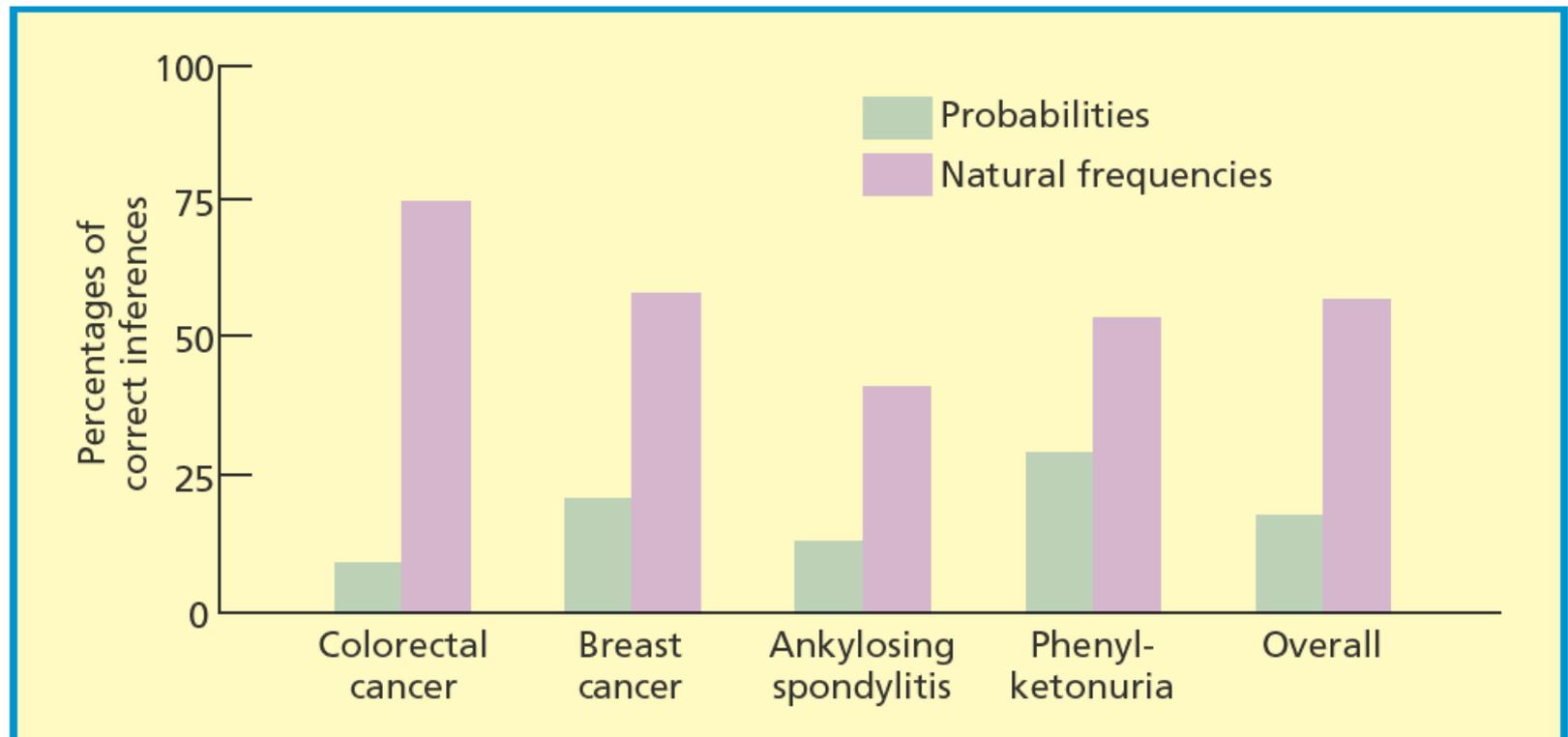
- „Wie viele Lindas aus einer Menge von 100 Lindas sind Bankangestellte und wie viele sind feministische Bankangestellte?“



# Wahrscheinlichkeiten vs. Häufigkeiten

## Weitere Evidenz

- Hoffrage et al. (2000), *Science*, 290, 2261-2262.
  - Fortgeschrittenen Medizinstudenten wurden vier realistische Diagnoseprobleme gegeben
  - Information über Basisraten in Wahrscheinlichkeits- oder Häufigkeitsform



# Die Rolle von kausalen Modellen

Krynski and Tenenbaum (2007)

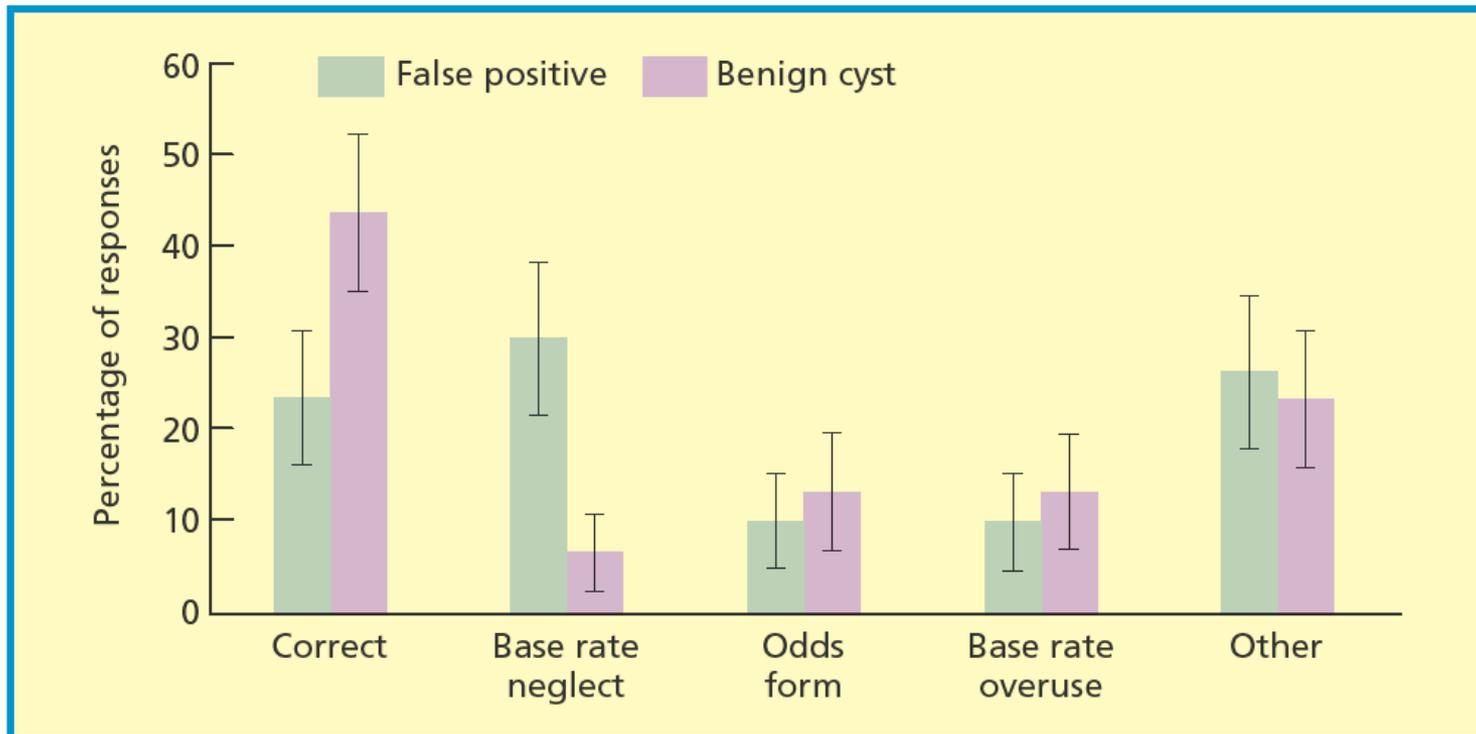
---

- Wissen / Annahmen über kausale Relationen spielen wichtige Rolle bei Urteilen in der realen Welt
- Viele Laboraufgaben nehmen nicht Bezug auf solches Wissen, sondern enthalten lediglich Angaben über Wahrscheinlichkeiten
- Dies macht es für Probanden schwer, intuitives Kausalwissen mit statistischer Information in Beziehung zu setzen

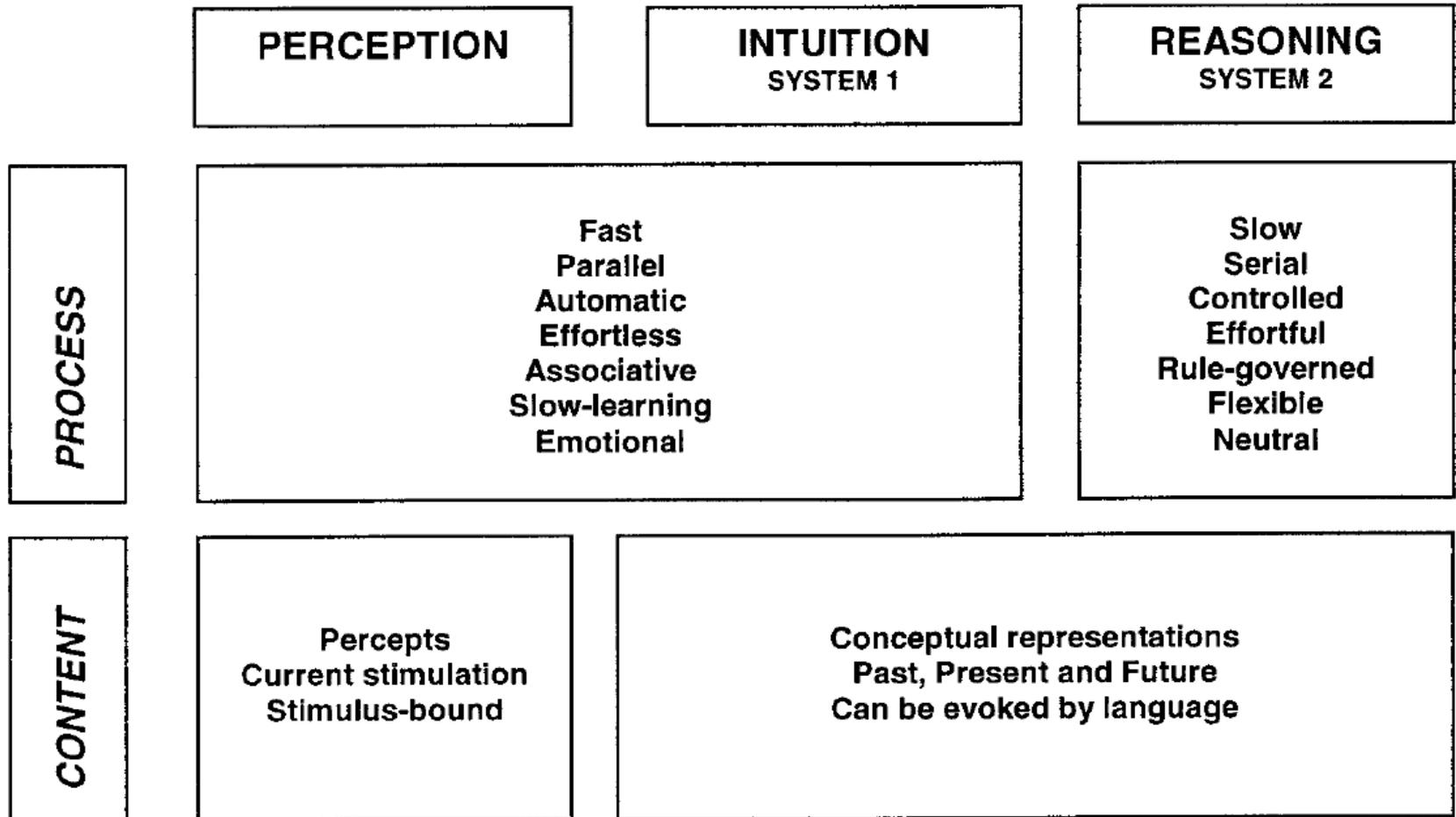
# Die Rolle von kausalen Modellen

Krynski and Tenenbaum (2007)

- Zwei Formulierungsvarianten des Petra-Problems
  - Version 1: „Es gibt ein Wahrscheinlichkeit von 6%, dass der Test ein positives Ergebnis liefert, obwohl kein Brustkrebs vorliegt“
  - Version 2: „Es gibt eine Wahrscheinlichkeit von 6%, dass eine Frau ohne Brustkrebs eine harmlose Zyste hat, die wir ein bösartiger Tumor aussieht und ein positives Testergebnis produziert“



# Hypothese zweier kognitiver Systeme



# Hypothese zweier kognitiver Systeme

<b>System 1 (Intuitive)</b>	<b>System 2 (Reflective)</b>
<b>Process Characteristics</b>	
Automatic	Controlled
Effortless	Effortful
Associative	Deductive
Rapid, parallel	Slow, serial
Process opaque	Self-aware
Skilled action	Rule application
<b>Content on which processes act</b>	
Affective	Neutral
Causal probensities	Statistics
Concrete, specific	Abstract
Prototypes	Sets