

70 54.
Ministerrat der Deutschen Demokratischen Republik
Ministerium für Volksbildung

LEHRPROGRAMM

für die Ausbildung von Freundschaftspionierleitern

im Fach

MATHEMATIK

an Instituten für Lehrerbildung der DDR

Berlin 1978

Ministerrat der Deutschen Demokratischen Republik
Ministerium für Volksbildung

LEHRPROGRAMM

**für die Ausbildung von Freundschaftspionierleitern
im Fach**

MATHEMATIK

an Instituten für Lehrerbildung der DDR

Als verbindliches Lehrprogramm für die Ausbildung an Instituten
für Lehrerbildung der Deutschen Demokratischen Republik bestätigt.

Berlin, April 1978

Dr. Machacek
Stellvertreter des Ministers
für Volksbildung

zu 1/62 353

Das Lehrprogramm wurde von der Zentralen Fachkommission Mathematik beim Ministerium für Volksbildung unter Leitung von Studienrat Horst Lange, Institut für Lehrerbildung Leipzig, ausgearbeitet.

(Vorschläge und Hinweise zur weiteren Vervollkommnung des Lehrprogramms sind an das Ministerium für Volksbildung, Hauptabteilung Lehrerbildung, zu richten.)

Hergestellt im Wissenschaftlich-Technischen Zentrum der Pädagogischen Hochschule „Karl Liebknecht“ Potsdam
1/16/18/4.78/1050 Ag 124/62/78

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1. Zielstellung und Schwerpunkte der Ausbildung und Erziehung	5
2. Ziele und Inhalte der Ausbildung in den Lehrgebieten	7
2.1. Lehrgebiet "Einführung in die mathematische Logik und Mengenlehre"	7
2.2. Lehrgebiet "Ausgewählte Kapitel der Mathematik"	13
2.3. Lehrgebiet "Mathematische Bildung und Erziehung im außerunterrichtlichen Bereich"	17
3. Pflichtliteratur	19
4. Prüfungen	19
5. Studentafel	21

1. Zielstellung und Schwerpunkte der Ausbildung und Erziehung

Ausgehend von den im Studienplan für die Ausbildung von Lehrern für die unteren Klassen der allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule und Freundschaftspionierleitern formulierten Ziele hat die Ausbildung im Fach Mathematik in Verbindung mit anderen Bestandteilen der Ausbildung die Aufgabe, Freundschaftspionierleiter heranzubilden, die über eine ihrer Berufsspezifik entsprechende hohe mathematische Allgemeinbildung verfügen und die Fähigkeit erlangen, die außerunterrichtliche Betätigung der Jung- und Thälmannpioniere auf mathematischem Gebiet sachkundig zu planen, zu organisieren und anzuleiten.

Die Ausbildung im Fach Mathematik trägt zur Festigung, Erweiterung und Systematisierung der in der Oberschule erworbenen Allgemeinbildung bei. Das erfolgt unter Betonung der in der Mathematik typischen Denk- und Arbeitsweisen sowie der exakten Anwendung der Fachsprache an ausgewählten mathematischen Gebieten, die für das tiefe Verständnis des Schulstoffes bedeutsam sind. Die Ausbildung trägt dazu bei, daß die Studenten fachspezifische Möglichkeiten für die außerunterrichtliche mathematische Bildung und Erziehung der Jungen Pioniere erkennen und nutzen.

Bei der Behandlung des Lehrstoffes werden den Studenten ständig Hinweise zum methodischen Vorgehen bei der Realisierung der Linienführung der Mathematiklehrpläne der Oberschule gegeben, da sie keine Ausbildung im Fach Methodik des Mathematikunterrichts erhalten. Die Ausbildung im Fach Mathematik sichert zielstrebig die Befähigung der Studenten, selbständig in den Lehrgegenstand einzudringen und die theoretischen Erkenntnisse in der praktischen Tätigkeit anzuwenden. Sie schafft eine schöpferische Studienatmosphäre und trägt zur Formung sozialistischer Erzieherpersönlichkeiten bei, die sich aktiv für die Prägung des geistigen, politischen und moralischen Antlitzes der heranwachsenden jungen Generation einsetzen.

Die Ausbildung im Fach Mathematik umfaßt folgende Lehrgebiete:

- Einführung in die mathematische Logik und Mengenlehre
- Ausgewählte Kapitel der Mathematik
- Mathematische Bildung und Erziehung im außerunterrichtlichen Bereich

Die speziellen Aufgaben der einzelnen Lehrgebiete werden im folgenden näher charakterisiert:

Im Lehrgebiet "Einführung in die mathematische Logik und Mengenlehre" werden die Studenten mit ausgewählten Gebieten dieser beiden Disziplinen und ihren wissenschaftlichen Arbeitsmethoden vertraut gemacht. Ihnen wird ein für die Zielstellung der Ausbildung entsprechendes Begriffs- und Methodensystem vermittelt, und sie lernen moderne mathematische Betrachtungsweisen kennen, die ihre geistige Entwicklung fördern, sie zum Definieren, logisch einwandfreiem Schließen und Beweisen sowie zum Argumentieren befähigen. Die Studenten gewinnen dabei erste Einsichten in die Methodologie der Mathematik.

Die Ausbildung im Lehrgebiet "Ausgewählte Kapitel der Mathematik" umfaßt folgende für die spätere berufliche Tätigkeit wichtigen Stoffgebiete der Mathematik:

- Geometrie
- Gleichungen und Ungleichungen
- Zahlenfolgen
- Kombinatorik

Die Behandlung dieser Stoffgebiete trägt wesentlich zur Erweiterung der Allgemeinbildung bei. Das ergänzende Fachwissen wird systematisch dargeboten, und die Entwicklung der Fähigkeit im Erkennen und Beweisen mathematischer Gesetzmäßigkeiten wird fortgesetzt. Mit der Behandlung der Geometrie erwerben die Studenten einige fachwissenschaftliche Grundlagen, die dem Inhalt des Geometrielehrganges der allgemeinbildenden polytechnischen Oberschule zugrunde liegen. Mit der komplexen Behandlung von Gleichungen und Ungleichungen als spezielle Aussageformen werden Begriffe bereitgestellt, Fertigkeiten im äquivalenten Umformen von Gleichungen und Ungleichungen entwickelt und Fähigkeiten im Erkennen einer Erfüllungsmenge in Abhängigkeit vom Grundbereich sowie in der Anwendung von Lösungsalgorithmen ausgebildet. Mit der Behandlung von Zahlenfolgen werden weitere und vertiefende Einsichten in Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten im Bereich der natürlichen Zahlen vermittelt. Anhand konkreter Beispiele wird der Zusammenhang zwischen inhaltlich-mengentheoretischer und formalalgorithmischer Arbeitsweise verdeutlicht. Mit der Behandlung der Kombinatorik erhalten die Studenten Einsichten in Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten, die bei eindeutigen Abbildungen von endlichen Mengen in endliche Mengen bestehen. Sie werden befähigt, Fragestellungen der Kombinatorik zu erfassen und anzuwenden.

Im Lehrgebiet "Mathematische Bildung und Erziehung im außerunterrichtlichen Bereich" werden die Studenten befähigt, die außerunterrichtliche Betätigung der Jung- und Thälmannpioniere auf mathematischem Gebiet anzuregen, zu organisieren und anzuleiten. Sie werden damit vertraut gemacht, wie die außerunterrichtliche mathematische Betätigung interessant und abwechslungsreich gestaltet und das Interesse der Jungen Pioniere für das Fach Mathematik geweckt und ihre Lernhaltung beeinflußt werden kann. Die Studenten werden insbesondere mit der Gestaltung mathematischer Artikel für die Wandzeitung, mit der Besprechung mathematischer Schülerliteratur, mit der Nutzung von Denksport- und Knobelaufgaben und der Gestaltung von ABC- und Schulmathematikolympiaden, mit der Anleitung mathematischer Zirkel als Bestandteil der Pionierarbeit vertraut gemacht.

Im Prozeß der Ausbildung werden in allen Lehrgebieten mengentheoretische Betrachtungsweisen und die logische Schulung an solchen geistigen Tätigkeiten wie Vergleich, Analogie, Analyse, Synthese, Verallgemeinern, Konkretisieren, Formalisieren und Interpretieren weiter ausgeprägt. Die Studenten gewinnen dabei tiefere Einsichten in die Methodologie der Mathematik.

Im Ergebnis der Ausbildung erwerben die Studenten Wissen und Können zu folgenden Schwerpunkten:

- Erfassen mathematischer Sachverhalte und ihre fachgerechte mündliche und schriftliche Darstellung
- Definieren von Begriffen, Führen von Beweisen und Anwenden von Algorithmen
- Fähigkeiten im Konstruieren, im Begründen und Beschreiben von Konstruktionen
- Beurteilen verschiedener mathematischer Lösungsverfahren bei Aufgaben- und Problemstellungen
- Selbständiges Erarbeiten fachlicher Grundlagen anhand der Fachliteratur
- Kenntnisse über wesentliche Aufgaben, Inhalte und Formen der außerunterrichtlichen mathematischen Betätigung
- Fähigkeiten im Planen und Gestalten außerunterrichtlicher mathematischer Beschäftigungen im Rahmen der Pionierarbeit.

2. Ziele und Inhalte der Ausbildung in den Lehrgebieten

2.1. Lehrgebiet „Einführung in die mathematische Logik und Mengenlehre“

2.1.1. Zielstellung für das Lehrgebiet „Einführung in die mathematische Logik und Mengenlehre“

Dieses Lehrgebiet, das grundlegende Begriffe, Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten der mathematischen Logik und Mengenlehre umfaßt, macht die Studenten mit logischen und mengentheoretischen Betrachtungs- und Arbeitsweisen für mathematische Problemstellungen vertraut. Sie werden befähigt, logische und mengentheoretische Sachverhalte sprachlich einwandfrei und exakt darzustellen und ihre gewonnenen Erkenntnisse bewußt anzuwenden. Dabei wird herausgearbeitet, daß die Beherrschung des Grundlagenwissens aus Logik und Mengenlehre notwendige Voraussetzung zum Erfassen des Lehrstoffes aller weiteren Lehrgebiete ist. Grundlegende Begriffe, die den Aufbau einer mathematischen Theorie bestimmen, werden den Studenten in ihren Zusammenhängen dargelegt; dabei gewinnen die Studenten erste Einsichten in die Methodologie der Mathematik. Übungen im Definieren, Beweisen und Schließen tragen dazu bei, die Studenten für ihre weitere Ausbildung sowie für ihren späteren Beruf ausreichend und gründlich vorzubereiten.

In diesem Lehrgebiet erwerben die Studenten Wissen und Können zu folgenden Schwerpunkten:

- Anwenden der Begriffe Term, Aussage, Aussageform
- Unterscheiden und Angeben von Inhalt, Umfang und Namen eines Begriffes
- Fähigkeiten im Definieren mathematischer Begriffe und zum richtigen Gebrauch von Begriffen
- Sicherheit in der Überführung von Aussageformen in Aussagen durch Variablenbelegung oder Variablenbindung
- Fähigkeiten im Erkennen der aussagenlogischen Struktur von Aussagen und der logischen Gleichwertigkeit von Aussagenverbindungen
- Fähigkeiten bei der Untersuchung aussagenlogischer Schlüsse auf ihre Folgerichtigkeit
- Anwendung der Begriffe "notwendige und hinreichende Bedingung" sowie "modus ponens", "modus tollens" und "Kettenschluß"
- Kenntnisse über die Führung eines direkten bzw. indirekten Beweises
- Sicherheit im Angeben einer Menge mit Hilfe einer erzeugenden Aussageform über einem gegebenen Grundbereich
- Fertigkeiten im exakten Beschreiben mathematischer Sachverhalte und bei der Reproduktion geführter Beweise
- Fähigkeiten im Erkennen und Beschreiben von Eigenschaften zweistelliger Relationen in vorgegebenen Mengen, insbesondere von Ordnungs- und Äquivalenzrelationen
- Erkennen der verschiedenen Arten von Abbildungen und ihrer Eigenschaften sowie ihre Darstellung
- Erkennen von Eigenschaften zweistelliger Operationen.

2.1.2. Inhalt des Lehrgebietes „Einführung in die mathematische Logik und Mengenlehre“

80 Stunden

Thema 1:

Gegenstand, Inhalt und Bedeutung der mathematischen Logik

(2 Std.)

- Zielstellung und Inhalt der mathematischen Logik
- Anwendung und Bedeutung der Logik für die Bildungs- und Erziehungsarbeit in der Schule

Thema 2:

Begriffsbestimmung

(8 Std.)

- Inhalt, Umfang, Name eines Begriffes
- Unterscheidung zwischen Objekt, Abbild, Zeichen
- Beziehungen zwischen Begriffen (synonyme, disjunkte, interferierende, subordinierte Begriffe)
- Wesen einer Definition (Definiendum, Definiens)
- Definitionsarten (klassische Realdefinition, genetische Definition, induktive Definition)
- Definitionsfehler (Über- bzw. Unterbestimmung, Fehler des Zirkels)

Thema 3:

Einführung in das logische Schließen

(28 Std.)

Grundlegende Begriffe

- Zeichen in der Mathematik (Variablen, Konstanten, Operations- und Relationszeichen, technische Zeichen)
- Terme mit bzw. ohne Variablen in verschiedenen Grundbereichen
- Aussagen; der Begriff Aussage; Prinzip der Zweiwertigkeit (Satz vom ausgeschlossenen Dritten, Satz vom ausgeschlossenen Widerspruch); Einzel-, Existential- und Universalaussagen
- Aussageformen über einem Grundbereich; Gewinnung von Aussagen aus Aussageformen durch Variablenbelegung bzw. durch Variablenbindung an einen Grundbereich durch einen Quantor (Allquantor, Existentialquantor); erfüllbare und nichterfüllbare, allgemeingültige und nichtallgemeingültige Aussageformen
- Erfüllbarkeitsklassen (Kontradiktion, Neutralität, Identität)

Logische Operationen

- Aussagen und Aussagenverbindungen
- Klassische Aussagenfunktionen
- Wahrheitsfunktionen (Negation, Konjunktion, Alternative, Disjunktion, Implikation, Äquivalenz)
- Wahrheitstabelle
- Konversion und Kontraposition der Implikation
- Aussagenlogische Ausdrücke und ihr Wahrheitsverhalten (Erfüllbarkeitsklassen)

Aussagenlogisches Schließen

- Die allgemeingültige Implikation als Grundlage des Folgerungsbegriffes der Aussagenlogik
- Folgerichtigkeit eines Schlusses (zwingender Schluß)
- Schlußregeln (modus ponens, modus tollens, Kettenschluß)

Aussagenlogische Äquivalenzen

- Begriff "aussagenlogische Äquivalenz"
- Kommutativität und Assoziativität der Konjunktion und der Alternative; Distributivität der Konjunktion bezüglich der Alternative und umgekehrt

- Aussagenlogische Äquivalenzen als Grundlage bzw. Bestandteil des aussagenlogischen Schließens
- Erfassen der nachstehenden aussagenlogischen Äquivalenzen durch Nachweis ihrer Allgemeingültigkeit und durch Interpretation der einzelnen Ausdrücke

$$\sim(\sim H) \leftrightarrow H; \quad \sim(H_1 \wedge H_2) \leftrightarrow (\sim H_1 \vee \sim H_2);$$

$$\sim(H_1 \vee H_2) \leftrightarrow (\sim H_1 \wedge \sim H_2); \quad \sim(H_1 \rightarrow H_2) \leftrightarrow (H_1 \wedge \sim H_2);$$

$$(H_1 \rightarrow H_2) \leftrightarrow (\sim H_2 \rightarrow \sim H_1); \quad H_1 \rightarrow (H_2 \rightarrow H_3) \leftrightarrow (H_1 \wedge H_2) \rightarrow H_3;$$

$$[(H_1 \rightarrow H_2) \wedge (H_2 \rightarrow H_1)] \leftrightarrow (H_1 \leftrightarrow H_2)$$

Prädikatenlogisches Schließen

- Gegenstand der Prädikatenlogik
- Begriff "prädikatenlogischer Ausdruck"
- Prädikatenlogische Ausdrücke:

$$\forall x: H(x); \quad \forall x: \sim H(x); \quad \exists x: H(x); \quad \exists x: \sim H(x)$$

Interpretation dieser Ausdrücke

- Prädikatenlogische Äquivalenzen in Analogie zur Aussagenlogik:

$$\forall x: H(x) \leftrightarrow \sim \exists x: \sim H(x); \quad \exists x: H(x) \leftrightarrow \sim \forall x: \sim H(x);$$

$$\exists x: \sim H(x) \leftrightarrow \sim \forall x: H(x); \quad \forall x: \sim H(x) \leftrightarrow \sim \exists x: H(x)$$

- Prädikatenlogisches Schließen:

Schluß auf "für alle"; Schluß aus "für alle";
Schluß auf "es gibt ein"

Thema 4:

Beweisarten

(4 Std.)

- Logisches Schließen als Grundlage des Beweizens
- Notwendige Bedingungen, hinreichende Bedingungen, notwendige und hinreichende Bedingungen
- Widerlegung durch Angabe eines Gegenbeispiels
- Direkter Beweis und indirekter Beweis

Thema 5:

Grundlegende Begriffe der Mengenlehre

(8 Std.)

- Cantorsche Mengendefinition
- Prinzip der Mengenbildung (mengenbildende Aussageform, Grundbereich, Allmenge, leere Menge)
- Mengenbildungsoperator
- Grundbegriffe: Menge, Element, Elementbeziehung

- Möglichkeiten der Darstellung einer Menge
- Prinzip der Mengengleichheit
- Inklusion von Mengen (Teilmenge, echte Teilmenge; Obermenge, echte Obermenge)
- Mengen höherer Stufe (Mengensystem, Mengenfamilie)

Thema 6:

Mengenoperation

(8 Std.)

- Komplement einer Menge M bezüglich E
- Durchschnitt, Vereinigung und Differenz zweier Mengen
- Eigenschaften der Mengenoperation (Kommutativität und Assoziativität von Durchschnitt und Vereinigung; Distributivität von Durchschnitt bezüglich der Vereinigung und von Vereinigung bezüglich des Durchschnitts)

Thema 7:

Produktmengen

(3 Std.)

- Geordnetes Paar (geordnetes Zahlenpaar); Prinzip der Paarbildung
- Produktmenge
- Produkte von mehr als zwei Mengen (geordnete Tripel)

Thema 8:

Relationen

(10 Std.)

- Relationen zwischen zwei Mengen M_1 und M_2
- Zweistellige Relationen in einer Menge M; dreistellige Relationen in einer Menge M; einstellige Relationen in einer Menge M
- Eigenschaften zweistelliger Relationen (Reflexivität, Irreflexivität, Symmetrie, Transitivität, Trichotomie)
- Spezielle Arten zweistelliger Relationen (irreflexive Ordnungsrelation, Äquivalenzrelation)
- Hauptsatz für Äquivalenzrelationen
- Abstraktionsprozeß zur Gewinnung der Menge der natürlichen Zahlen; Konstruktion der Menge der gebrochenen und rationalen Zahlen

Thema 9:

Abbildungen

(9 Std.)

- Abbildung aus M_1 in M_2 (Urbild, Bild, Vor- und Nachbereich)
- Abbildung $\begin{matrix} \text{aus} \\ \text{von} \end{matrix} M_1 \begin{matrix} \text{in} \\ \text{auf} \end{matrix} M_2$
- Mehrdeutige, eindeutige, eineindeutige Abbildungen
- Mächtigkeit von Mengen (niedere bzw. höhere Mächtigkeit, Gleichmächtigkeit)

- Endliche und unendliche Mengen nach Dedekind und Russell
- Darstellungsmöglichkeiten von Abbildungen (Wortdarstellung, Menge geordneter Paare durch Aufzählung und mit Hilfe des Mengenbildungsoperators, Wertetafel, Eulersches Diagramm, Zuordnungsvorschrift und Vorbereich, Graph im Kartesischen Koordinatensystem)
- Operationen in einer Menge (ein- und zweistellige)

2.1.3. Didaktisch-methodische Hinweise für die Gestaltung der Erziehung und Ausbildung im Lehrgebiet „Einführung in die mathematische Logik und Mengenlehre“

Bei der Behandlung des Lehrstoffes ist auf die gründliche Aneignung und inhaltliche Erarbeitung der wesentlichsten Begriffe aus Logik und Mengenlehre Wert zu legen; mathematische Denk- und Arbeitsweisen sind bewußt zu entwickeln und zu fördern. Auf der Grundlage exakter Definitionen sind Begriffe zu bilden und ihre Einordnung in das bestehende Begriffssystem vorzunehmen. Dabei sind die Studenten zum selbständigen Definieren mathematischer Begriffe zu befähigen. Bei der Arbeit mit Definitionen und beim Definieren ist auf Klarheit der Gedankenführung, sprachliche Präzision und auf Strenge der Darstellung zu achten.

Die Fähigkeit der Studenten zum logischen Denken, verbunden mit sachgerechtem Argumentieren und logisch zwingendem Begründen, ist zu entwickeln und auszuprägen. Bei der Behandlung von Aussagen, Aussagenfunktionen und Wahrheitsfunktionen sind die unterschiedlichen semantischen Stufen zu beachten. Nach der Behandlung der grundlegenden Begriffe sind Übungen im Umgang mit Wertetabellen durchzuführen. Einen wesentlichen Teil solcher Übungen sollten Untersuchungen mathematischer Aussagen hinsichtlich ihrer aussagenlogischen Struktur, ihrer Werteverlaufgleichheit und die Interpretation vorgegebener Strukturen einnehmen. Zum Erfassen des Zusammenhangs zwischen notwendigen und hinreichenden Bedingungen in ihrer unterschiedlichen sprachlichen Struktur sind vielfältige Übungen durchzuführen. Bei der Behandlung von direktem und indirektem Beweisverfahren ist zu sichern, daß die Studenten die jeweilige Beweisstruktur voll erfassen.

Bei der Behandlung der Mengenlehre ist vorauszusetzen, daß den Studenten eine Reihe von Begriffen und Symbolen bereits aus dem Mathematikunterricht der Klassen 6 bis 10 bekannt sind. An diese Einzelkenntnisse ist anzuknüpfen; ihre nochmalige Behandlung, ihre Erweiterung und Vertiefung hat unter dem Gesichtspunkt der Systematisierung zu erfolgen. Die Einführung von Begriffen der Mengenlehre hat auf der Basis eines reichhaltigen Beispielmaterials zu erfolgen, durch das ein hinreichendes Verständnis für diese Begriffsbildungen und ihre feste Verbindung mit dem weiterführenden Lehrstoff gesichert wird.

Die Einführung mengentheoretischer Begriffe, Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten, ihre fachgerechte Anwendung in der Mengentheorie selbst und im gesamt-

ten Mathematiklehrgang ist durch vielfältige Übungen im Angeben, Vergleichen und Veranschaulichen endlicher und unendlicher Mengen über verschiedenen Individuenbereichen mit Bezügen zum Lehrstoff der Oberschule zu unterstützen. Definitionen und Sätze sind nur dann in formalisierter Form anzugeben, wenn dadurch ihre logische Struktur klarer erkannt wird. Beweise sind grundsätzlich in der Umgangssprache zu führen. Bei der Darlegung mathematischer Sachverhalte ist eine zweckmäßige Verwendung logischer Zeichen anzustreben.

2.2. Lehrgebiet „Ausgewählte Kapitel der Mathematik“

2.2.1. Zielstellung für das Lehrgebiet „Ausgewählte Kapitel der Mathematik“

Dieses Lehrgebiet hat grundlegende Betrachtungen zur Geometrie, zu Gleichungen und Ungleichungen, zu Zahlenfolgen und zur Kombinatorik zum Inhalt.

Mit der Behandlung einiger Teilgebiete der Geometrie werden Kenntnisse der Studenten vertieft und systematisiert. Dabei werden Fertigkeiten im Definieren, im Führen einfacher Beweise, im Formulieren von Umkehrungen von Sätzen und deren Untersuchung auf Allgemeingültigkeit sowie im Konstruieren und im Begründen und Beschreiben von Konstruktionen entwickelt.

Bei der Behandlung von Gleichungen und Ungleichungen werden Sicherheit im Gebrauch der Fachtermini und im Anwenden der vermittelten Algorithmen und heuristischen Verfahren zum Lösen von Gleichungen und Ungleichungen angestrebt. Die Studenten werden befähigt, das erworbene Wissen und Können beim Lösen von Text- und Sachaufgaben bewußt einzusetzen. Sie werden zum Begründen und Erläutern von Lösungswegen befähigt.

Die Behandlung von Zahlenfolgen und der Kombinatorik trägt dazu bei, den Abbildungsbegriff anzuwenden sowie Einsichten in Zusammenhänge und Gesetzmäßigkeiten zu vermitteln, die bei eindeutigen Abbildungen von endlichen Mengen in endliche Mengen bestehen. Es werden typische mathematische Denk- und Arbeitsweisen weiterentwickelt, und die Studenten werden befähigt, Fragestellungen der Kombinatorik zu erfassen, anzuwenden und für die außerunterrichtliche Tätigkeit aufzubereiten.

In diesem Lehrgebiet erwerben die Studenten folgendes Wissen und Können:

- Formulieren, Beweisen und Anwenden von Sätzen
- Ausführung geometrischer Konstruktionen, ihre Begründung und Beschreibung
- Äquivalentes Umformen von Termen
- Anwendung von Algorithmen und heuristischen Regeln zur Lösung von Gleichungen und Ungleichungen

- Analyse und Lösen von Text- und Sachaufgaben
- Analyse vorgegebener Zahlenfolgen (Erkennen von Bildungsgesetzen)
- Analyse und Lösung einfacher Aufgaben der Kombinatorik

2.2.2. Inhalt des Lehrgebietes „Ausgewählte Kapitel der Mathematik“ 103 Stunden

Thema 1:

Geometrie (30 Std.)

Bewegungen einer Ebene

- Definition der Bewegungsarten
- Fixelemente, identische Abbildung
- Verschiebung, Drehung, Geradenspiegelung, Punktspiegelung einer Figur (Axialsymmetrie, Zentralsymmetrie, Mittelpunkt einer Figur)
- Verknüpfung und Systematisierung ebener Bewegungen (gleichsinnige und ungleichsinnige Bewegungen; Resultierende von Bewegungen)

Systematisierung ebener geometrischer Figuren und Sätze über spezielle ebene geometrische Figuren

- Einfaches konvexes Vieleck, Fläche eines Vielecks, benachbarte und gegenüberliegende Seite bzw. Ecke, regelmäßiges Vieleck, Winkelsumme, Anzahl der Diagonalen
- Einteilung der Menge der Dreiecke nach Seitenlängen und Winkelgrößen (Beziehungen zwischen Seitenlängen und Winkelgrößen eines Dreiecks; Sätze über das gleichschenklige Dreieck; Dreieckstransversalen)
- Einteilung der Menge der konvexen Vierecke (Trapez, Parallelogramm, Rechteck, Rhombus, Quadrat, Drachenviereck)
- Sätze über spezielle Vierecke

Kreis

- Zentriwinkel, Peripheriewinkel, Kreisbogen, Sehne
- Kreis und Dreieck (In- und Umkreis eines Dreiecks)
- Kreis und Gerade (Sekante, Tangente, Passante)
- Sehnen- und Tangentenviereck

Konstruktionen

- Grundkonstruktionen
- Konstruktionen von Dreiecken und Vierecken

Thema 2:

Gleichungen und Ungleichungen (40 Std.)

Lineare Gleichungen und Ungleichungen mit genau einer Variablen

- Terme; äquivalente Umformung von Termen
- Gleichungen und Ungleichungen als spezielle Aussageformen (Grundbereich, Lösungsgrundbereich, Lösungsmenge, Lösung einer Gleichung bzw. Ungleichung)
- Sätze über äquivalentes Umformen von Gleichungen und Ungleichungen
- Lösen von linearen Gleichungen mit genau einer Variablen und von Ungleichungen des Typs $ax + b \leq 0$ bzw. $\frac{ax + b}{cx + d} \leq 0$ über verschiedenen Grundbereichen
- Probe durch Überführung einer Aussageform in eine Aussage

Diophantische Gleichungen

- Lösbarkeitsbedingungen
- Lösen diophantischer Gleichungen mit zwei Variablen in Anlehnung an das Eulersche Verfahren

Lineare Gleichungssysteme

- Lineare Gleichung mit n Variablen und Systeme von m Gleichungen mit n Variablen
- Systeme von höchstens drei Gleichungen mit höchstens drei Variablen (äquivalente Umformung, Lösungsgrundbereich, Lösung, Lösungsmenge)
- Rechnerische und graphische Lösung von Gleichungssystemen

Anwendungen

- Textaufgaben aus der Arithmetik, Zahlentheorie und Geometrie
- Bewegungs-, Verteilungs- und Mischungsaufgaben
- Sachaufgaben aus verschiedenen Bereichen des gesellschaftlichen Lebens

Thema 3:

Zahlenfolgen (17 Std.)

- Allgemeines Glied und Bildungsgesetz einer Zahlenfolge
- Eigenschaften von Zahlenfolgen (endliche und unendliche, monoton wachsende und monoton fallende, konstante, alternierende, arithmetische, geometrische Zahlenfolgen)
- Folge von Partialsummen (Summenzeichen)
- Endliche Zahlenfolgen in der Pascalschen Zahlenanordnung in rechteckiger und dreieckiger Anordnung
- Binomialkoeffizienten $\binom{n}{k}$
- Fakultätsfunktion $n!$

Thema 4:

Kombinatorik

(16 Std.)

- Gegenstand der Kombinatorik
- Komplexionen und ihre Eigenschaften
- Arten von Komplexionen
- Lexikographische Anordnung
- Anzahlbestimmung von Komplexionen mit höchstens drei Elementen (inhaltliche Betrachtungen durch systematisches Probieren)
- Formeln für die Anzahlbestimmung von Komplexionen;
 $P_n = n!$ (Beweis)
- Ausgewählte kombinatorische Aufgaben

2.2.3. Didaktisch-methodische Hinweise für die Gestaltung der Erziehung und Ausbildung im Lehrgebiet „Ausgewählte Kapitel der Mathematik“

Bei der Behandlung der Geometrie sind Schulkenntnisse zu festigen, zu vertiefen und zu systematisieren. Die Behandlung ebener Bewegungen ist so zu gestalten, daß die auf anschaulicher Grundlage erarbeiteten Begriffe bei Konstruktionen und Konstruktionsbeschreibungen eingeprägt und gefestigt werden. Bei der Behandlung geometrischer Figuren sind Fähigkeiten im Analysieren und Beweisen weiterzuentwickeln; dabei erworbene Kenntnisse sind für das Formulieren von Definitionen und Sätzen zu nutzen. Bei der Erarbeitung dieses Stoffabschnittes sind die Kenntnisse aus dem Lehrgebiet "Einführung in die mathematische Logik und Mengenlehre" bewußt anzuwenden. Der Mengenbegriff, die Mengenrelationen und -operationen, der Relations- und Abbildungsbegriff sind zu vertiefen.

Die zur Behandlung von Gleichungen und Ungleichungen ausgewiesene Reihenfolge stellt keine verbindliche zeitliche Abfolge dar. Eine Nacheinanderbehandlung von Gleichungen und Ungleichungen ist möglich. Die Lösungen von Text- und Sachaufgaben sind im Hinblick auf den vorliegenden Sachverhalt kritisch zu betrachten und zu werten.

Die Behandlung der Zahlenfolgen erfolgt in Anwendung der Kenntnisse aus der Mengenlehre, insbesondere der Abbildungstheorie. Auf die verschiedenen Möglichkeiten der Darstellung von Zahlenfolgen ist anhand treffender Beispiele einzugehen. Die Einführung des Summenzeichens dient einer verkürzten Schreibweise. Operationen mit Summenzeichen sind nicht zu behandeln. Durch ausreichende Übungen sind die Studenten zu befähigen, Bildungsgesetze von Zahlenfolgen zu erkennen und einige der vermuteten Bildungsgesetze mittels vollständiger Induktion zu beweisen. Die Pascalschen Zahlen sind sowohl in rechteckiger als auch in dreieckiger Anordnung zu betrachten; Gesetzmäßigkeiten zwischen diesen Zahlen sind aufzuzeigen. Nach Einführung der Schreibweise $\binom{n}{k}$ sind die Pascalschen Zahlen als Binomialkoeffizienten darzustellen.

Bei der Behandlung der Kombinatorik steht die Untersuchung von Beispielen im Vordergrund, anhand derer die Eigenschaften einzelner Komplexionen herausgestellt und die Arten der Komplexionen genannt werden. Durch systematisches Probieren werden alle Möglichkeiten der Auswahl und Anordnung von höchstens drei Elementen gefunden und die Anzahl der Komplexionen ermittelt. Zur Anzahlbestimmung von Komplexionen mit mehr als drei Elementen sind die Studenten mit den entsprechenden Formeln vertraut zu machen. Für die außerunterrichtliche Arbeit sind Aufgaben bereitzustellen, die die Erlebniswelt des Schulkindes besonders berücksichtigen.

2.3. Lehrgebiet „Mathematische Bildung und Erziehung im außerunterrichtlichen Bereich“

2.3.1. Zielstellung für das Lehrgebiet „Mathematische Bildung und Erziehung im außerunterrichtlichen Bereich“

Durch die Behandlung dieses Lehrgebietes werden die Studenten mit wesentlichen Aufgaben und Problemen der außerunterrichtlichen Bildung und Erziehung auf mathematischem Gebiet bekannt gemacht. Im Mittelpunkt der Ausbildung stehen Grundgedanken zur mathematischen Bildungs- und Erziehungsarbeit in der Pionierorganisation. Die Studenten werden befähigt, bei den Jungen Pionieren das Bedürfnis und das Interesse am Forschen, Knobeln und am fleißigen Lernen auszubilden, nachhaltige Freizeiterlebnisse zu schaffen und durch die Gestaltung interessanter Beschäftigungen mathematische Neigungen zu fördern. Die Studenten erkennen das Verhältnis zwischen pädagogischer Führung und Selbsttätigkeit der Jungen Pioniere in der Freizeitgestaltung und werden befähigt, die Kinder an gemeinsamen Vorhaben aktiv teilnehmen zu lassen.

In diesem Lehrgebiet erwerben die Studenten Wissen und Können zu folgenden Schwerpunkten:

- Kenntnisse über wesentliche Aufgaben, Inhalte und Formen der außerunterrichtlichen mathematischen Tätigkeit
- Fähigkeiten im Planen, Organisieren und Gestalten außerunterrichtlicher mathematischer Beschäftigungen
- Anwenden von Wissen und Können bei der Gestaltung der Inhalte der außerunterrichtlichen mathematischen Bildung und Erziehung

2.3.2. Inhalt des Lehrgebietes „Mathematische Bildung und Erziehung im außerunterrichtlichen Bereich“

18 Stunden

Didaktische Spiele mit lernunterstützender Funktion und mit Wettbewerbscharakter

Knobecken, Gruppenwettbewerbe, ABC- und Mathematikolympiaden

Gestaltung von Wandzeitungen mit mathematischem Inhalt

Überblick über geeignete mathematische Schülerliteratur und deren zielgerichtete Nutzung

Inhalt und Gestaltung eines Wissenstotos

Erkennungsübungen und Entfernungsschätzen im Gelände

2.3.3. Didaktisch-methodische Hinweise für die Gestaltung der Erziehung und Ausbildung im Lehrgebiet „Mathematische Bildung und Erziehung im außerunterrichtlichen Bereich“

Die Behandlung des Lehrstoffes sollte so erfolgen, daß auf der Grundlage einer Vielzahl konkreter Beispiele das wesentliche Anliegen des Lehrgebietes verdeutlicht wird. Dabei sind die in den vorangegangenen Lehrgebieten erworbenen Kenntnisse und Fähigkeiten der Studenten bei einer interessanten und abwechslungsreichen fachbezogenen Freizeitgestaltung zu nutzen und anzuwenden. Zur Realisierung der ausgewiesenen Inhalte sind methodische Hinweise zu geben; ausgewählte Beispiele sind zu demonstrieren.

In den Lehrveranstaltungen sind die von den Studenten während der Praktika gesammelten Erfahrungen auszuwerten und zu verallgemeinern. Ihr Wissen über Aufgaben, Inhalte und Formen der außerunterrichtlichen Arbeit auf mathematischem Gebiet ist zu erweitern und zu systematisieren. Durch praktische Übungen (z.B. Anfertigung einer Wandzeitung; Planung eines Knobelnachmittags; Gestaltung und Durchführung eines Spazierganges mit Beobachtungsaufgaben und Entfernungsschätzen; Vorbereitung und Durchführung eines Wissenstotos) ist die Herausbildung von Fähigkeiten der Studenten zur vielseitigen Gestaltung mathematischer Beschäftigungen zu fördern.

3. Pflichtliteratur

Autorenkollektiv Glaewe, List, Löschau:
"Logik, Mengenlehre, Zahlenbereiche". Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1972.

Starke, Türke:
"Fachtheoretische Grundlagen des Geometrieunterrichts", Teil 1.
Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1971.

Autorenkollektiv:
"Mathematik in Übersichten". (Wissensspeicher für die Klassen 8 bis 10)
Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1973.

Autorenkollektiv Marx, Krinke, Türke:
"Elementare Zahlentheorie, Gleichungen, Kombinatorik".
Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1974.

Autorenkollektiv:
"Aufgabensammlung Mathematik".
Volk und Wissen Volkseigener Verlag, Berlin 1976.

4. Prüfungen

Prüfungen sind Bestandteile des Ausbildungs- und Erziehungsprozesses. Grundlage der Prüfungen sind die im Studienplan und in dem bestätigten Lehrprogramm festgelegten Ziele und Inhalte des Studiums. Die Prüfungen werden entsprechend den Festlegungen der Prüfungsordnung vom 3. Januar 1975 durchgeführt.

Art und Lage der Prüfungen

1. Abschlußprüfung

Lehrgebiete

- Einführung in die mathematische Logik und Mengenlehre
- Ausgewählte Kapitel der Mathematik

Mündliche Prüfung

Ende des 6. Semesters

2. Zwischenprüfung

Lehrgebiete

- Einführung in die mathematische Logik und Mengenlehre
- Gleichungen und Ungleichungen

Schriftliche Prüfung (Klausur)

Ende des 4. Semesters

3. Belege, Leistungskontrollen und Testate

Verschiedenartige Formen der Leistungskontrolle (z.B. Klausuren, Kurzarbeiten, schriftlich angefertigte Übungsaufgaben, Konsultationen) dienen dazu, den erreichten Stand der Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten der Studenten kontinuierlich einzuschätzen und zu bewerten.

Das Lehrgebiet "Mathematische Bildung und Erziehung im außerunterrichtlichen Bereich" wird am Ende des 8. Semesters mit einem Testat abgeschlossen.

5. Stundentafel

Die folgende Übersicht zeigt, wie die einzelnen Lehrgebiete des Faches Mathematik auf Semester aufgeschlüsselt sind.

	Semester							
	1. 19 W	2. 16 W	3. 19 W	4. 13 W	5. 15 W	6. 14 W	7. 4 W	8. 14 W
Wochenstunden je Semester	2	2	2	2	2	2	1	1
Gesamtstundenzahl je Semester	38	32	38	26	30	28	4	14
Lehrgebiet „Einführung in die mathematische Logik und Mengenlehre“	38	4 28	10					
Lehrgebiet „Ausgewählte Kapitel der Mathematik“			28	2				
- Geometrie				20	20			
- Gleichungen und Ungleichungen					10	7		
- Zahlenfolgen						16		
- Kombinatorik								
Lehrgebiet „Mathematische Bildung und Erziehung im außerunterrichtlichen Bereich“				4			4	14
Wiederholungen						5		